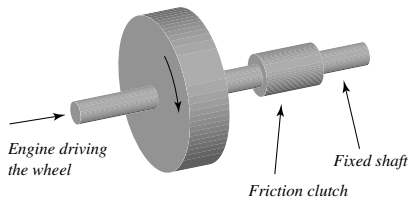


PHYSICS EXAM

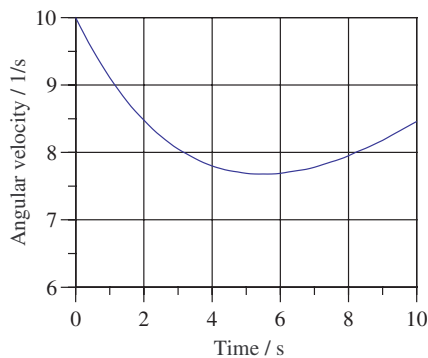
1. Ein Schwungrad mit einem Trägheitsmoment von $10.0 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ wird durch einen Motor angetrieben und durch eine viskose Rutschkupplung gebremst. Die Rutschkupplung zeigt ein "ohmsches" Verhalten.



Der Drehimpulsstrom vom Motor zum Rad wächst linear mit der Zeit nach der Formel

$$I_L(t) = at + b, \quad a = 1.0 \text{ Nms}^{-1}, \quad b = 10.0 \text{ Nm}$$

Man findet, dass sich die Winkelgeschwindigkeit des Schwungrads wie in der Figur gezeigt verändert.

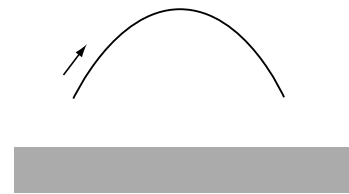


- Bestimmen Sie die Änderungsrate der Winkelgeschwindigkeit und des Drehimpulses zum Zeitpunkt $t = 0 \text{ s}$. Bestimmen Sie dann den Strom des Drehimpulses durch die Rutschkupplung.
- Bestimmen Sie den Strom des Drehimpulses durch die Rutschkupplung für $t = 5.5 \text{ s}$.
- Mit diesen Ergebnissen stellen Sie die Wirkungsweise der Rutschkupplung als "Ohmsches" Gesetz dar. Wie gross ist der "Widerstand" der Kupplung?

2. Ein Satellit bewegt sich auf einer elliptischen Bahn um die Erde. Am erdnächsten Punkt befindet er sich genau 2 Erdradien vom Zentrum der Erde. Am erdfernen Punkt beträgt die Distanz zum Erdzentrum 4 Erdradien (der Erdradius beträgt $6.4 \cdot 10^6 \text{ m}$). Am erdnächsten Punkt ist die Geschwindigkeit des Satelliten 6457 m/s . Die Masse des Satelliten beträgt 1000 kg .

- Wie gross ist die Geschwindigkeit des Satelliten im erdfernen Punkt?
- Wie gross ist die Beschleunigung des Satelliten im erdfernen Punkt (Betrag und Richtung)?
- Bestimmen Sie die kinetische Energie des Satelliten in den beiden Extrempunkten.
- Bestimmen Sie die Energie des Feldes in den beiden Extrempunkten.
- Bestimmen Sie die Summe der Energie von Satellit und Feld zuerst im erdnächsten und dann im erdfernen Punkt. Was beobachtet man?

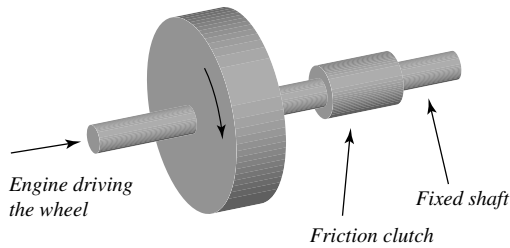
3. Ein Flugzeug steigt und sinkt auf einer parabelförmigen Bahn. Betrachten Sie einen Passagier auf einem Sitz.



- Im obersten Punkt hat das Flugzeug eine Geschwindigkeit von 800 km/h . Die Bahn hat an diesem Punkt einen Krümmungsradius von 10 km . Wie stark drückt der Passagier auf den Sitz?
- Wie gross oder klein muss man den Krümmungsradius der Bahn im obersten Punkt machen, damit der Passagier schwerelos wird?

SOLUTIONS

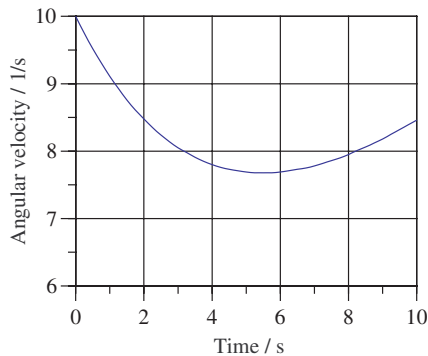
1. A flywheel having a moment of inertia of $10.0 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ is driven by a motor. It is braked by viscous friction in the clutch which shows “ohmic” behavior.



The current of angular momentum from the motor to the wheel increases linearly with time according to

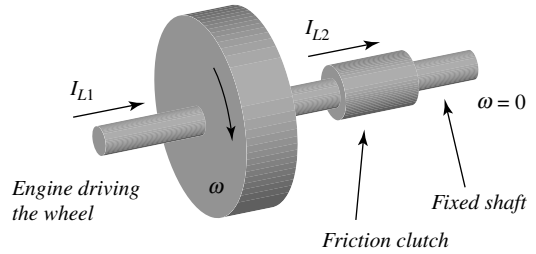
$$I_L(t) = at + b, \quad a = 1.0 \text{ Nms}^{-1}, \quad b = 10.0 \text{ Nm}$$

It is found that the angular velocity of the flywheel changes as shown in the graph below.



- Determine the rate of change of the angular velocity and of angular momentum of the wheel at $t = 0 \text{ s}$. Determine the angular momentum current through the clutch for this point in time.
- Determine the angular momentum current through the friction clutch at $t = 5.5 \text{ s}$.
- Using these results, represent the behavior of the friction clutch as in Ohm's law. What is the “resistance” of the clutch?

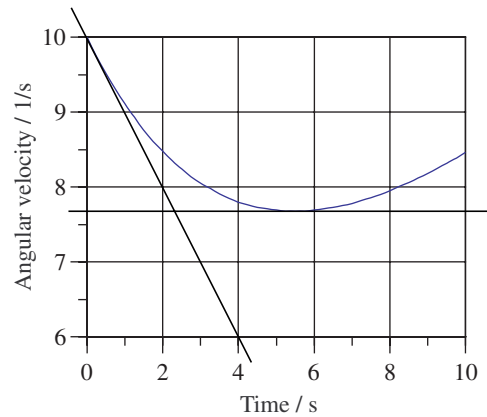
SOLUTION:



Law of balance of angular momentum for flywheel:

$$\dot{L} = I_{L1} + I_{L2}$$

a.



$$\dot{\omega} \approx -1.0 \text{ s}^{-2}$$

$$L = J\omega$$

$$\Rightarrow \dot{L}(0) = J\dot{\omega}(0) = 10 \cdot (-1.0) \text{ Nm} = -10 \text{ Nm}$$

$$\begin{aligned} I_{L2} &= \dot{L} - I_{L1} = \dot{L} - (at + b) \\ &= -10 \text{ Nm} - (1.0 \cdot 0 + 10) \text{ Nm} \\ &= -20 \text{ Nm} \end{aligned}$$

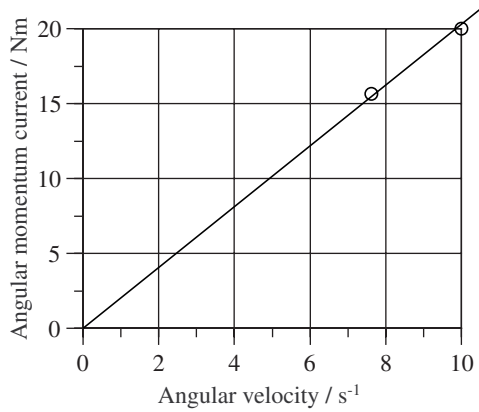
b.

$$\dot{\omega}(5.5) \approx 0 \text{ s}^{-2}$$

$$\dot{L}(5.5) = J\dot{\omega}(5.5) = 0 \text{ Nm}$$

$$\begin{aligned} I_{L2} &= \dot{L} - I_{L1} = \dot{L} - (at + b) \\ &= 0 \text{ Nm} - (1.0 \cdot 5.5 + 10) \text{ Nm} \\ &= -15.5 \text{ Nm} \end{aligned}$$

c.



$$I_{L2} = \frac{1}{R_L} \Delta\omega$$

$$R_L = \frac{\Delta\omega}{I_{L2}} \approx 0.50 \frac{1}{\text{Nms}}$$

2. A satellite is moving on an elliptic orbit around the Earth. At the closest point, it is at a distance of 2 Earth radii from the center of the planet. At the farthest point, the distance is 4 Earth radii (the radius of the Earth is $6.4 \cdot 10^6$ m). At the closest point of the orbit the speed of the satellite is 6457 m/s. The satellite's mass is 1000 kg.
- What is the satellite's speed at the most distant point of the orbit?
 - What is the acceleration of the satellite at the most distant point (magnitude and direction)?
 - Determine the kinetic energy of the satellite at the two extreme points.
 - Determine the energy of the field when the satellite is at the extreme points.
 - Determine the sum of the energy of the satellite and the field for the extreme points. What do you observe?

SOLUTION:

- a. Keplers 2nd law allows us to calculate ratios of speeds easily:

$$v_1 r_1 = v_2 r_2$$

$$v_2 = \frac{v_1 r_1}{r_2} = 3230 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- b. Direction: to center of Earth. Magnitude:

$$m_s a_s = G \frac{m_E m_s}{r_2^2}$$

$$a_s = G \frac{m_E}{r_2^2} = \frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{(4 \cdot 6.4 \cdot 10^6)^2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$= 0.61 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

c.

$$W_{s1} = \frac{1}{2} m_s v_1^2 = 2.09 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

$$W_{s2} = \frac{1}{2} m_s v_2^2 = 5.22 \cdot 10^9 \text{ J}$$

d.

$$W_{field} = -G \frac{m_E m_s}{r}$$

$$W_{field,1} = -3.13 \cdot 10^{10} \text{ J} \quad , \quad W_{field,2} = -1.56 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

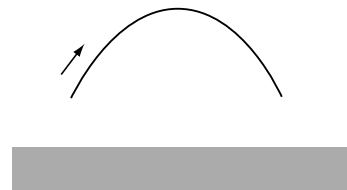
e.

$$(W_s + W_{field})_1 = -1.04 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

$$(W_s + W_{field})_2 = -1.04 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

The total energy of the system stays constant.

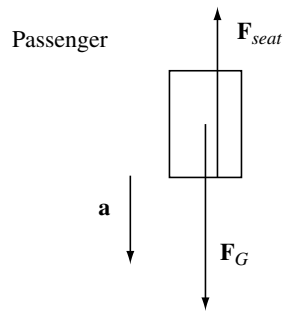
3. An airplane moves along a parabolic path in a vertical plane. Consider a passenger (having mass m) on a seat.



- At the highest point, the airplane has a speed of 800 km/h, and the radius of curvature of the path is 10 km. How strongly does the passenger press upon the seat?
- What should be the radius of curvature at the uppermost point for the passenger to be "weightless"?

SOLUTION: a. The force of the seat upon the passenger is opposite and equal to the force of the passenger upon the

seat:



$$|a| = a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(800/3.6)^2}{10000} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 4.94 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$m|a| = F_G - F_{seat}$$

$$F_{seat} = F_G - m|a| = m(9.81 - 4.94)$$

b. The passenger is “weightless” when it does not press upon the seat any longer (or the seat does not press against the passenger, i.e., $F_{seat} = 0$). In different words, the passenger is in free fall:

$$|a| = a_n = \frac{v^2}{R} \quad , \quad |a| = g$$

$$R = \frac{v^2}{g} = \frac{(800/3.6)^2}{9.81} \text{m} = 5030\text{m}$$