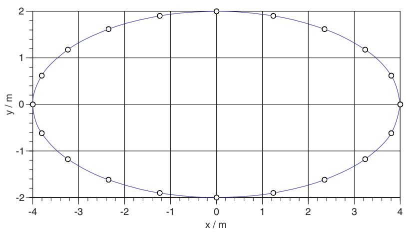
Physics as a Systems Science

End of Semester Exam, July 2005

Second Semester Mechanical Engineering, MB1a

1. Ein kleiner Körper mit einer Masse von 0.50 kg bewegt sich auf einer elliptischen Bahn (grosse Halbachse $a = 4$ m, kleine Halbachse $b = 2$ m). Die Bahn liegt horizontal. Setzt man das Koordinatensystem in die Ellipsenmitte, kann der Ort des Körpers durch die folgenden Funktionen beschrieben werden:



$$x(t) = a\cos(ct)$$
$$y(t) = b\sin(ct)$$

wobei $c = \pi/10\ \mathrm{s}^{-1}$.

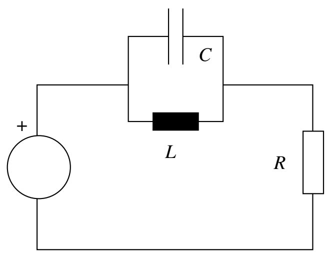
a. Wie gross ist die Periode der Bewegung und wie gross ist ein Zeitintervall in der Figur?

b. Bestimmen Sie den grössten und den kleinsten Wert der Schnelligkeit (Betrag der Geschwindigkeit).

c. Wie gross ist die Beschleunigung des Körpers in dem Moment, in dem er die y-Achse überstreicht.

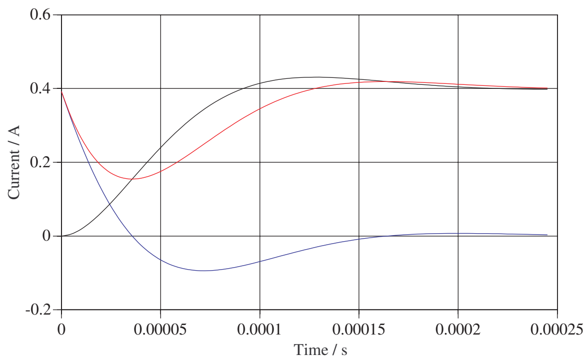
d. Wie gross ist die resultierende Kraft, die vier Sekunden nach der Überquerung der y-Achse auf den Körper wirkt?

2. Die nebenstehend skizzierte Schaltung wurde zur Zeit $t = 0$ mit der Spannungsquelle, die eine Spannung von 10V hat, verbunden (der Kondensator war ungeladen). Die Grafik zeigt die Stromstärken durch das induktive Element, das Widerstandselement und den Kondensator (siehe beigelegte Vergrösserung).



a. Ordnen Sie die Graphen den Elementen zu. Erklärung?

b. Bestimmen Sie mit Hilfe der Graphen die Werte der Elemente (d.h. Widerstand, Kapazität und Induktivität).

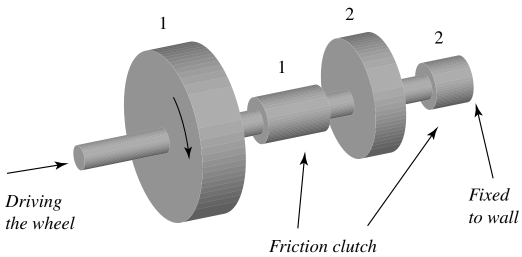


3. Ein Auto mit einer Masse von 600 kg fährt mit einer Geschwindigkeit von 40 km/h in eine Mauer (und bleibt liegen, ohne zurück geworfen zu werden). Dabei verkürzt sich das Auto um 1.0 m.

   Modellieren Sie die Knautschzone als eine elastische Feder, die nach dem Zusammendrücken einfach festgehalten wird.

   a. Wieviel Energie wird in der Feder gespeichert, bis sie ganz zusammengedrückt ist?
   b. Wie gross ist die Federkonstante?
   c. Skizzieren Sie die Stauchung der Feder als Funktion der Zeit. Welche mathematische Funktion müsste das sein?
   d. Skizzieren Sie die Geschwindigkeit und die Beschleunigung des Autos als Funktionen der Zeit.
   e. Benützen Sie die mathematische Lösung für die Stauchung (Stauchung als Funktion der Zeit), um die Dauer des Aufpralls zu berechnen.
   f. Wie gross wird die maximale Beschleunigung des Autos sein?

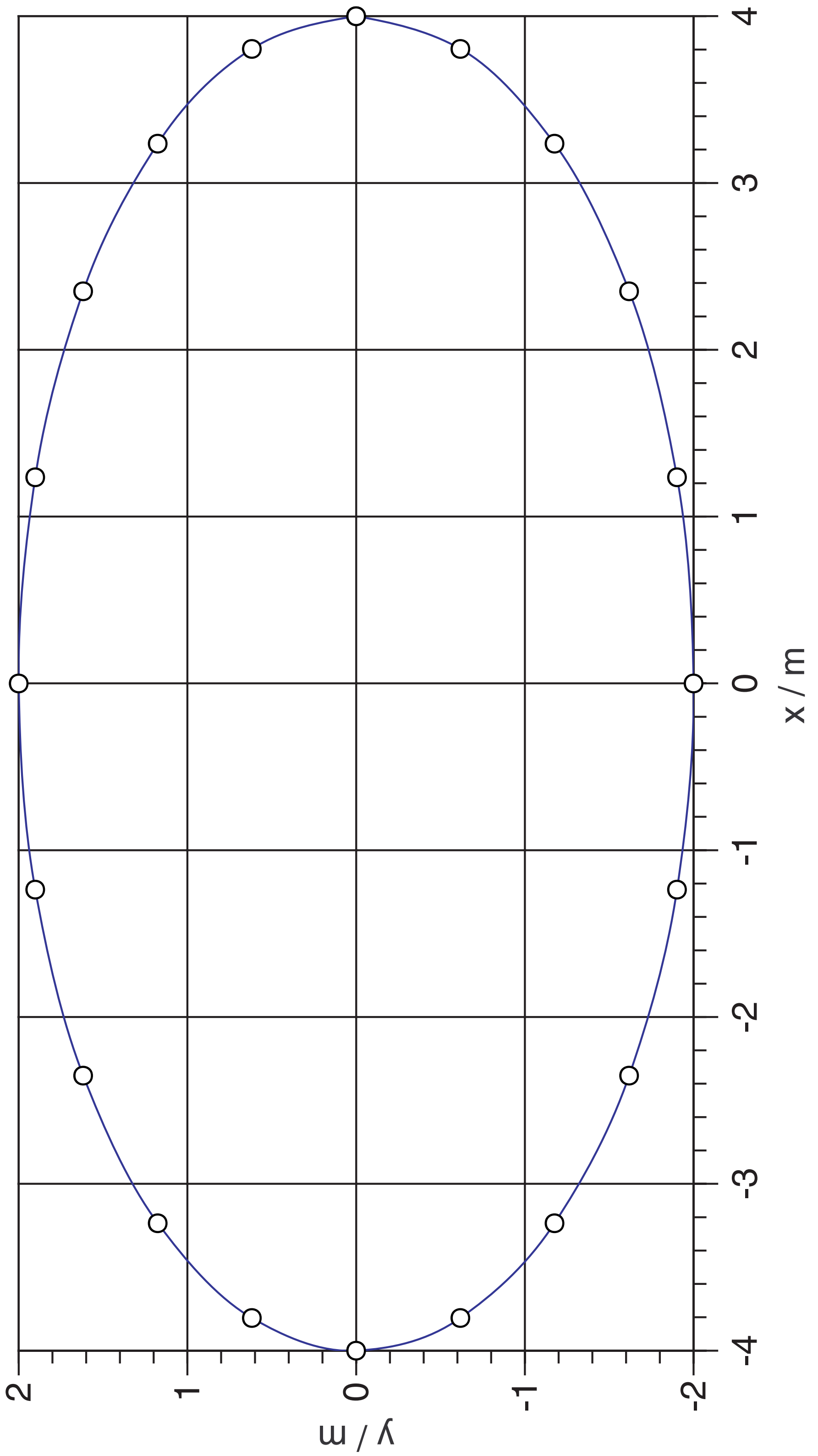
4. Zwei Schwungräder sind auf einer gemeinsamen Achse montiert. Zwischen den Rädern befinden sich Rutschkupplungen, bei denen sich das Drehmoment *analog zum Ohmschen Gesetz* verhält. Das erste Rad wird von links mit einem *konstanten* Drehmoment angetrieben. Anfangswinkelgeschwindigkeiten und alle nötigen Parameter sind bekannt.



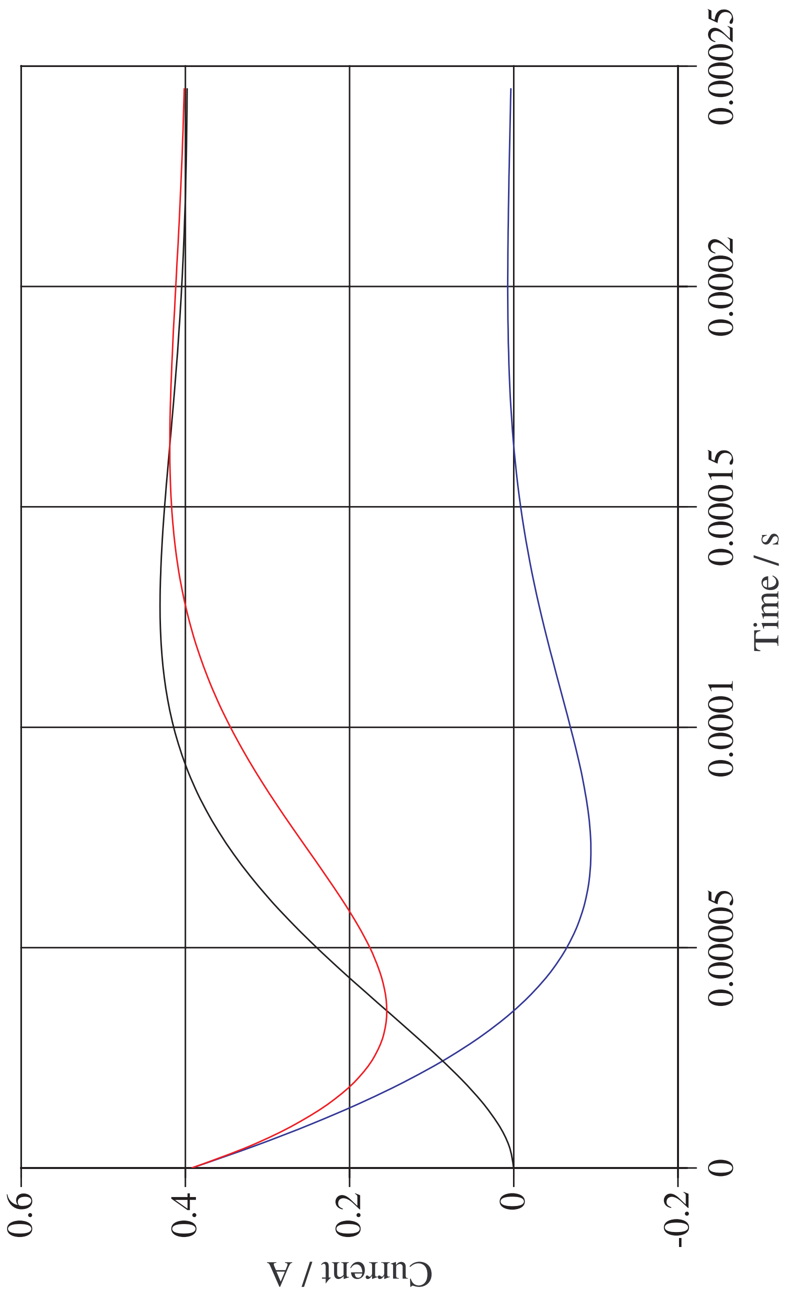
   a. Nehmen Sie für diese Teilaufgabe an, dass das linke Rad *nicht* angetrieben wird. Skizzieren Sie qualitativ den zeitlichen Verlauf der Winkelgeschwindigkeiten. Folgende Daten sind gegeben (alle in SI Einheiten): $\omega_{1,0} = 100$, $\omega_{2,0} = 200$, $J_1 = 2$, $J_2 = 1$, Kupplungswiderstände: 1.
   b. Skizzieren Sie ein systemdynamisches Diagramm für ein Modell, mit dem man die Winkelgeschwindigkeiten der beiden Räder als Funktion der Zeit berechnen kann.
   c. Formulieren Sie die Bilanzgesetze für den Drehimpuls der beiden Räder mathematisch (in Form von Gleichungen).
   d. Formulieren Sie die Gleichungen für alle vorkommenden Drehimpulsströme.

5. Formulieren Sie die folgenden Bilanzgesetze in momentaner Form. (Erklären Sie die Terme in Ihren Gleichungen. Wenn nötig, zeichnen Sie ein "freigeschnittenes" System mit Prozessgrössen, um Ihre Überlegungen und Gleichngen zu erklären.)
   a. Bilanz des Impulses: In Luft fallender Muffin Cup., wenn sich die Geschwindigkeit nicht mehr ändert.
   b. Bilanz des Impulses: Satellit unter dem Einfluss von Sonne, Erde und Mond.
   c. Bilanz des Drehimpulses: Pohlsches Pendel.
   d. Bilanz der Entropie: Leicht trübes, ständig gemischtes Wasser in einem der Sonne ausgesetzten Swimmingpool. Die Wassertemperatur ist anders als die der Umgebung.
   e. Bilanz des Impulses: Ping-Pong Ball, der an einer Schnur hin und her pendelt.
   f. Bilanz der Wassermenge: Wasser wird einem Reaktor zugeführt und dort elektrisch in Wasserstoff und Sauerstoff zerlegt. Es hat immer gleich viel Wasser im Reaktor. (Keine Wasserabflüsse!)

Problem 1



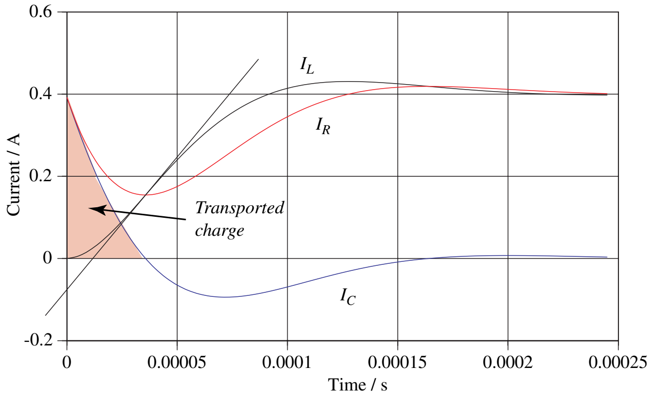
Problem 2



Current / A
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
Time / s
0
0.00005
0.0001
0.00015
0.0002
0.00025

SOLUTIONS

2. Elektrischer Stromkreis:



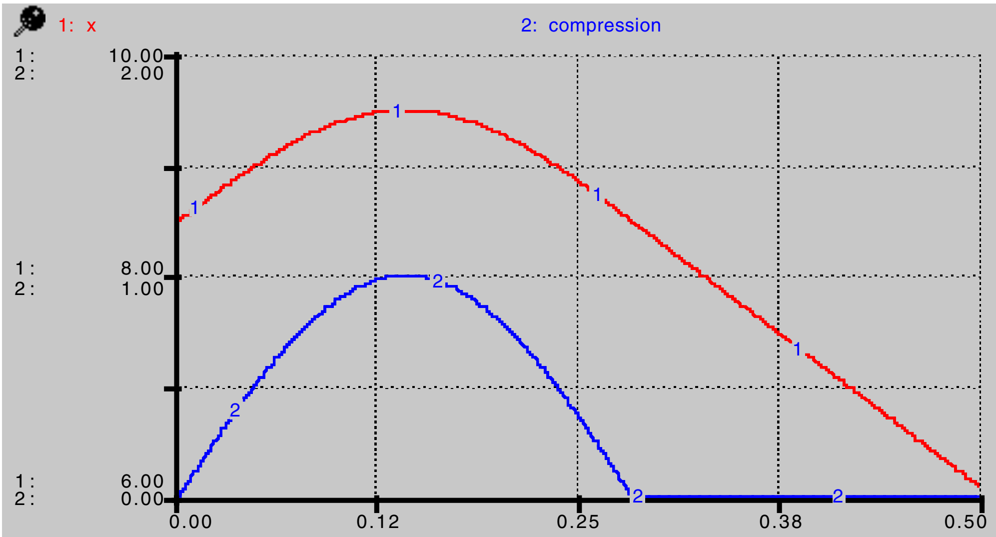
a. Zuerst sind die Spannungen über dem Kondensator und dem induktiven Element null (keine Ladung im Kondensator). Also ist die Spannung über dem Widerstandselement maximal. Der Strom geht anfänglich durch den Kondensator und den Widerstand, am Ende durch den Induktor und den Widerstand. Also fangen IR und IC bei 0.4 A an, IL bei null. Von den beiden Kurven IC und IR geht IC gegen null.

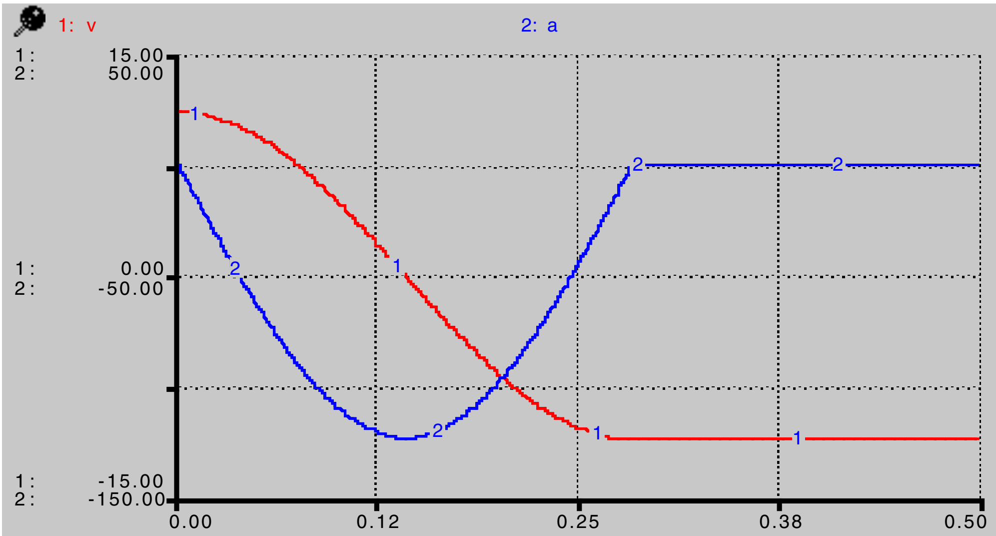
b. Am Anfang ist UR = 10 V und IR = 0.4 A, also ist der Widerstand 10 / 0.4 Ω = 25 Ω.

   Bis IC = 0 A ist, sind 6.28e–6 C Ladung in den Kondensator geflossen (Fläche unter IC Kurve). Zu diesem Zeitpunkt ist die Spannung über dem Kondensator 10 V – 25·0.156 V = 6.1 V (10 V minus Spannung über Widerstand). Also ist C = Q/UC = 6.28e–6 C / 6.1 V = 1.03e–6 F.

   Zum gleichen Zeitpunkt ist die Spannung über dem Induktor auch gleich 6.1 V. Die Ändeurngsrate des Stromes IL ist in diesem Moment 0.624 A / 9.66e–5 s = 6460 A/s. Also ist L = UL / dIL/dt = 6.1 / 6460 H = 0.94 mH.

Problem 3

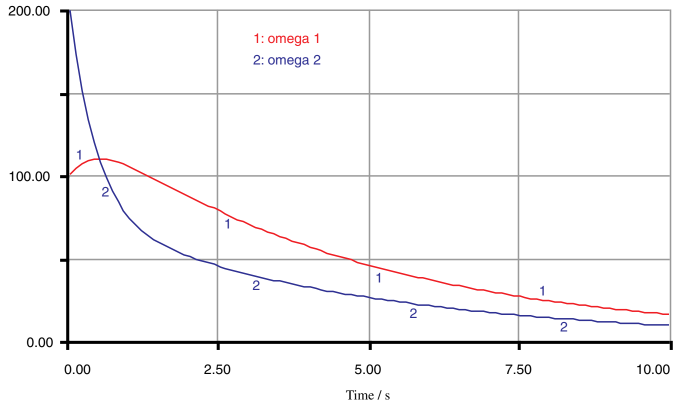




p(t) = p(t - dt) + (FW) * dt
FW = -D*compression
x(t) = x(t - dt) + (dx_dt) * dt
INIT x = 8.5
dx_dt = v
a = FW/m
compression = IF (x_wall - (x+l_o)) > 0 THEN 0 ELSE -(x_wall - (x+l_o))
D = 74074
l_o = 1.5
m = 600
v = p/m
v_init = 40/3.6
x_wall = 10

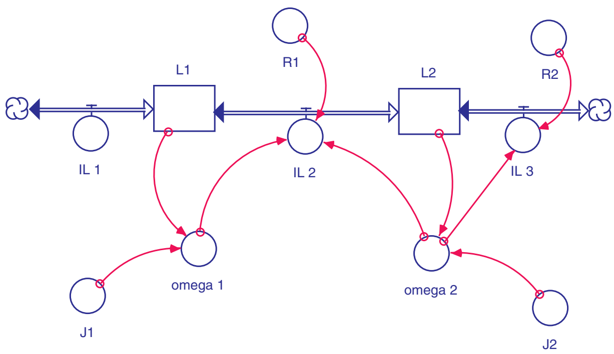
4. Two fly wheels.

a.



The mechanical system is analogous to two communicating straight-walled fluid containers, where the second container has an outflow. The second container has a smaller cross section, and it is filled to a higher level initially. The parameters of the system give the time constant a value of around one second.

b.



The diagram represents the two laws of balance of angular momentum (the wheels store angular momentum). The angular velocities are calculated from the values of angular momentum, and the momentum currents (2 and 3) are proportional to angular velocity differences.

c. Laws of balance of angular momentum:

$$\dot{L}_1 = I_{L1} - I_{L2}$$
$$\dot{L}_2 = I_{L2} - I_{L3}$$

d. Laws for angular momentum currents:

$$I_{L1} = const$$
$$I_{L2} = (\omega_1 - \omega_2)/R_1$$
$$I_{L3} = \omega_2/R_2$$