

ASSESSMENTPRÜFUNG 2007

Blatt 1		Studiengang:	WI
		Jahr:	2007
		ExpertInnen:	
Klassen:	WI06a,b	Datum:	22.8.2007
Lehrer:	Fuh, Hsn, Rth, Knz	Zeit:	9:00 – 12:00

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG IN PHYSIK

ERLAUBTE HILFSMITTEL: Eigene Zusammenfassung und Bücher, Taschenrechner

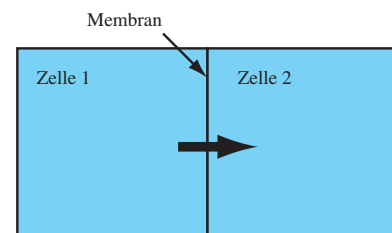
1. Ein System besteht aus zwei wassergefüllten Zellen mit Wasservolumina V_1 und V_2 , die je bestimmte Mengen n_1 und n_2 eines im Wasser gelösten Stoffs enthalten. In Zelle 1 wird der Stoff mit Rate I_1 vernichtet, in Zelle 2 mit Rate I_2 produziert. Die Zellen sind durch eine Membran getrennt, welche für den betrachteten Stoffs durchlässig ist. Der Stofftransport durch die Membran gleicht Unterschiede der Stoffkonzentration zwischen den beiden Zellen laufend aus (Abb. 1).

Treibende Kraft für den Stofftransport durch die Membran ist die Konzentrationsdifferenz zwischen den beiden Zellen. Die Proportionalitätskonstante r wirkt als reziproker Transportwiderstand, bestimmt also, wie gross bei gegebenem Konzentrationsgefälle der Austausch ist. Damit ergibt sich für den Stofffluss von Zelle 1 in Zelle 2

$$I_{12} = r(c_1 - c_2)$$

Die Vernichtungsreaktion in Zelle 1 ist 1. Ordnung mit Ratenkonstante k_1 , die Bildungsreaktion in Zelle 2 ist 0. Ordnung mit Ratenkonstante k_2 . Beachten Sie: wir interessieren uns weder für die Produkte der Vernichtungsreaktion noch für die Edukte der Bildungsreaktion sondern nur für die Bilanz unseres Stoffs.

- Welche Einheiten haben die Parameter r , k_1 und k_2 ?
- Formulieren Sie die Differentialgleichungen für die Dynamik von n_1 und n_2 .



Verteiler

Kandidaten:
Archiv:
ExpertInnen:

nach Schluss der Prüfung an Dozierende zurück
je ein Exemplar pro Abteilung z.H. Archiv

- c. Berechnen Sie die nichttrivialen Gleichgewichte des Systems, d.h. jene für $n_1, n_2 \neq 0$ und nehmen Sie an, dass $V_1, V_2, k_1, k_2, r > 0$. Geben Sie je einen Ausdruck für die Gleichgewichte von n_1 und n_2 an, in dem nur die Parameter des Systems vorkommen.

2. Betrachten Sie die Differentialgleichung

$$a\ddot{x} - b\dot{x} - cx + u(t) = 0$$

- Von welcher Ordnung ist die Gleichung? Geben Sie eine Begründung!
- Handelt es sich um eine autonome Gleichung? Begründen Sie Ihre Antwort!
- Schreiben Sie die Gleichung als System von Gleichungen 1. Ordnung.

3. Gegeben ist die Differentialgleichung

$$\dot{x} = a(|x| - b)$$

mit den Parametern $a = 1$ und $b = 1$.

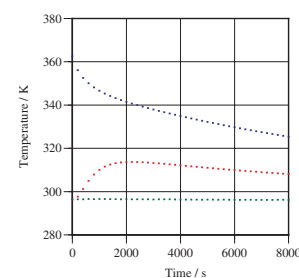
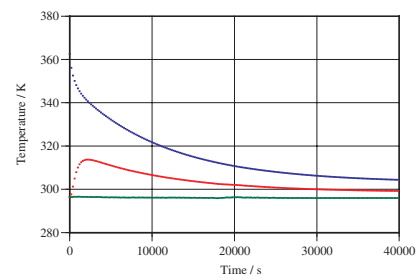
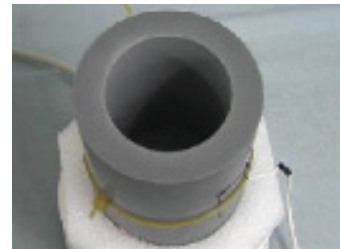
- Skizzieren Sie das Richtungsfeld der Gleichung im Bereich $x \in [-2, 2]$ und $t \in [0, 2]$.
- Wie viele Gleichgewichte besitzt die Gleichung? Geben Sie alle an!

4. Heisses Wasser wird in einen dickwandigen zylindrischen Behälter aus PVC gegossen. Deckel und Boden werden sehr gut isoliert. Der Behälter steht auf einem Magnetrührer für das Wasser. Man misst die Wassertemperatur, die Aussentemperatur der Behälterwand und die Lufttemperatur (siehe Diagramme). Die Lufttemperatur ist fast konstant.

Auf dem Beiblatt sind die Diagramme vergrößert wiedergegeben.

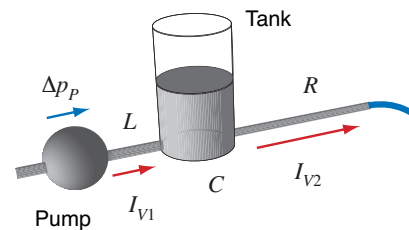
Daten: Leistung des Rührers: 1.0 W; Masse des Wassers: 0.30 kg; Höhe des PVC Zylinders: 0.105 m; Innenradius: 3.0 cm; Aussenradius: 4.65 cm; Dichte des PVC: 1400 kg/m³; Aussen: Wärmeübergangskoeffizient von PVC an Luft: 12 W/(K·m²); Innen: Wärmeübergangskoeffizient von Wasser an PVC: sehr viel höher.

- Erklären Sie mit Worten, warum das Temperatur-Zeit Diagramm so aussieht (die Temperatur des Wassers nimmt am Anfang schneller als bei einer einfachen Exponentiellen Funktion ab; die Temperatur der Behälterwand hat am Anfang eine Verzögerung, etc.).



- b. Überlegen Sie sich das einfachst mögliche Modell, das die Beobachtung erklären könnte (machen Sie es auf der Basis der *Energiebilanz*). Skizzieren Sie ein elektrisches Schaltbild dazu. Skizzieren Sie das dazugehörige Systemdynamikdiagramm.
- c. Formulieren Sie alle Gleichungen Ihres Modells (ohne dabei Leitwerte aufzuschlüsseln).
- d. Benützen Sie die Daten, um die thermischen Parameter des PVC näherungsweise zu bestimmen (Wärmeleitfähigkeit und spezifische Wärmekapazität).
5. Ein bestimmtes einfaches Windkessel Modell der Aorta (siehe Figur) soll elektrisch dargestellt werden.

Beschreibung des hydraulischen Modells. Die Pumpe ist durch eine (gegebene) Druckdifferenz Δp_P gekennzeichnet. Das Rohr zum Tank hat so gut wie keinen Strömungswiderstand. Der Strom I_{V1} wird durch den induktiven Effekt (Induktivität L) voll bestimmt. Der Tank wird durch eine Kapazität C gekennzeichnet, und das Rohr aus dem Tank hat nur einen (ohmschen) Widerstand R . Beachten Sie, dass es im Modell kein Rückschlag-Ventil hat.



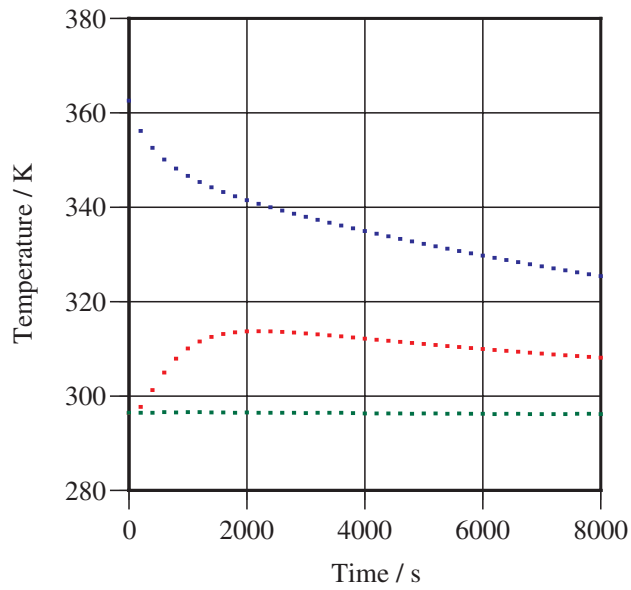
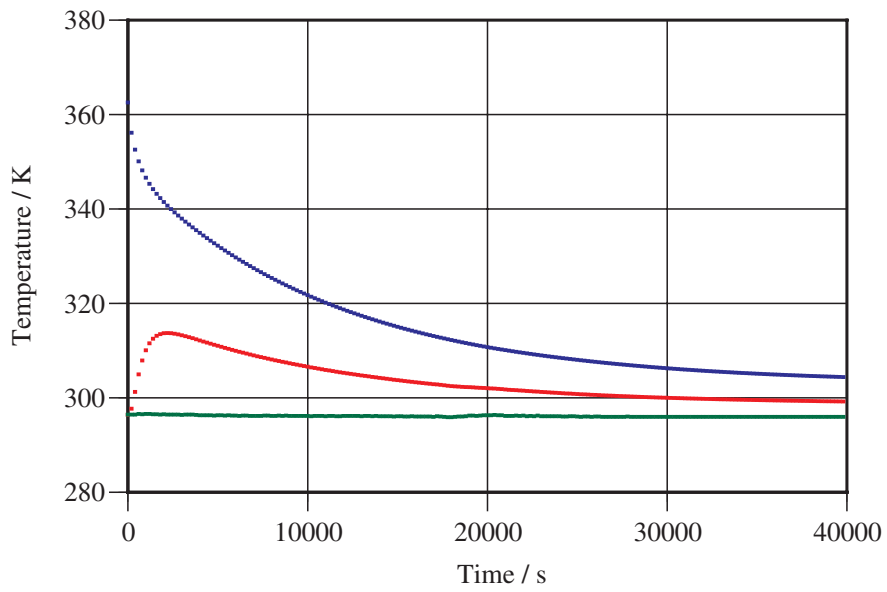
- a. Zeichnen Sie ein elektrisches Diagramm, das dem hydraulischen entspricht.
- b. Skizzieren Sie ein systemdynamisches Modelldiagramm für den elektrischen Fall.
- c. Formulieren Sie das Bilanzgesetz für den Kondensator und den Ausdruck für die Änderungsrate des Stromes I_{Q1} .
- d. Formulieren Sie alle anderen nötigen Gleichungen.

6. Wenn ein mol H_2 -Gas mit Sauerstoffgas (O_2) verbrannt wird, so entsteht ein mol (*gasförmiges*) Wasser H_2O . Chemische Daten für Wasser bei Standardbedingungen sind in der Tabelle angegeben.

Table 1: Wasser

	$\mu / \text{kJ/mol}$	$\alpha / \text{J}/(\text{K}\cdot\text{mol})$
<i>l</i>	- 237.18	- 69.91
<i>g</i>	- 228.60	- 188.72

- a. Wieviele Kilogramm Sauerstoffgas (O_2) sollte idealerweise auf 1 kg Wasserstoffgas (H_2) verbrannt werden?
- b. Wieviel Energie wird durch die Verbrennung von 1 kg H_2 Gas (Anfang und Ende bei Standardbedingungen) freigesetzt, wenn am Ende *gasförmiges* Wasser vorliegt?
- c. Wieviel Entropie wird dabei erzeugt?
- d. Wird mehr oder weniger Energie freigesetzt, wenn das Wasser am Ende flüssig ist?
- e. Die freigesetzte Energie ist nicht gleich dem Heizwert. Warum nicht?
- f. Wenn die gleiche Reaktion in einer idealen Brennstoffzelle abläuft, wieviel Energie wird dann freigesetzt? Wieviel Entropie wird dabei erzeugt?



ASSESSMENTPRÜFUNG 2007

Blatt 1		Abteilung:	WI
		Jahr:	2007
		Experten:	
Klassen:	WI06a,b	Datum:	22.8.2007
Lehrer:	Fuh, Hsn, Rth, Knz	Zeit:	9:00 – 12:00

LÖSUNGEN ZUR SCHRIFTLICHE PRÜFUNG IN PHYSIK

ERLAUBTE HILFSMITTEL: Eigene Zusammenfassung und Bücher, Taschenrechner

4. PVC container

a. T_w decreases since water loses entropy to the container

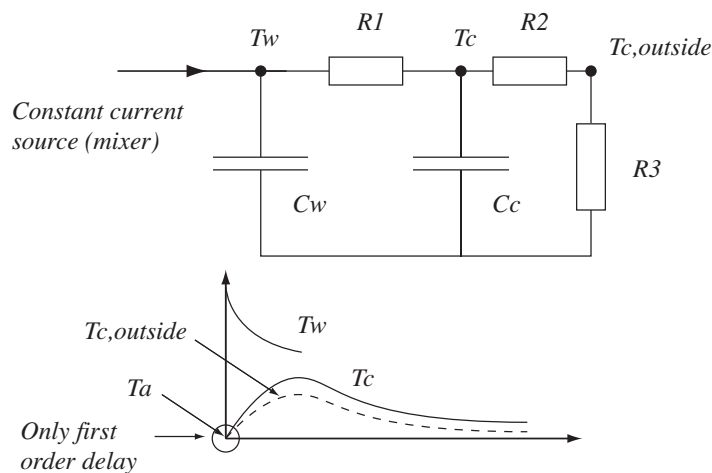
T_c increases first because of high gain of entropy. Then the container loses more and more entropy to the environment: T_c goes down.

T_w decreases faster at the beginning (smaller τ) than later (bigger τ) since the container gets warmer.

T_c (outside surface) has a second order delay since entropy takes time to flow through the wall.

T_w and T_c stay above T_a because of entropy production by mixer.

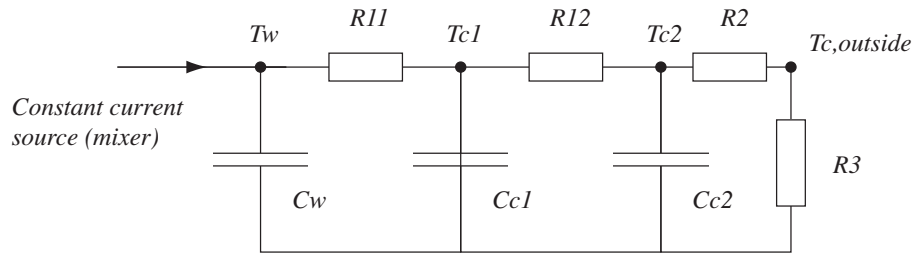
b. Simplest model has a capacitor each for water and for the container. Diagram and expected behavior:



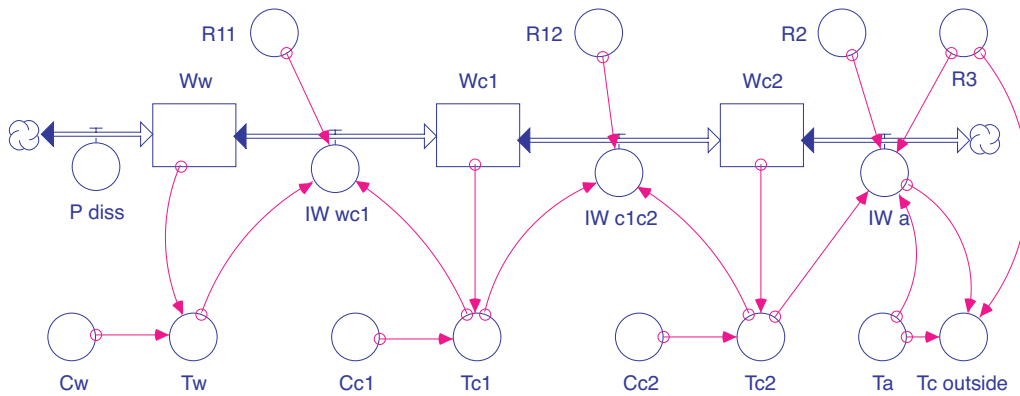
Verteiler

Spätestens bis Prüfungsbeginn: je ein Exemplar pro Abteilung z.H. Archiv

Better electric model:



SD model diagram for this model:



c. Equations for two node model:

$$\frac{dW_w}{dt} = \mathcal{P}_{mix} - I_{w,wc}$$

$$\frac{dW_c}{dt} = I_{w,wc} - I_{w,ca}$$

$$T_w = \frac{1}{C_w} W_w \quad T_c = \frac{1}{C_c} W_c \quad T_{c,outside} = T_a + R_3 I_{w,ca}$$

$$I_{w,wc} = \frac{1}{R_1} (T_w - T_c) \quad I_{w,ca} = \frac{1}{R_2 + R_3} (T_c - T_a)$$

d. Steady state at end:

$$I_w (to air) = I_w (through wall) = \mathcal{P}_{mix}$$

$$I_w (through wall) = \lambda_{wall} \frac{A_{wall}}{\Delta x_{wall}} \Delta T$$

$$\lambda_{wall} = \frac{I_w \Delta x}{A \Delta T} = \frac{1.0 \cdot 0.0165}{2\pi \cdot 0.040 \cdot 0.105 \cdot 4.3 \text{ K}\cdot\text{m}} \approx 0.15 \frac{\text{W}}{\text{K}\cdot\text{m}}$$

Balance of energy for container (let t go from 0 s to 2000 s):

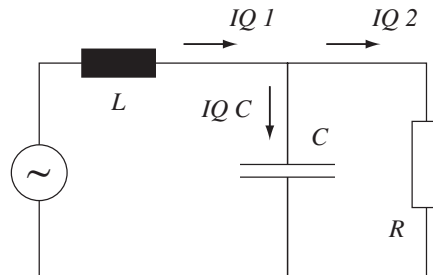
$$\begin{aligned}
 \Delta W_c &= |\Delta W_{Water}| - |W_{Loss\ from\ wall}| \\
 &= 0.30 \cdot 4200 \cdot 21\text{ J} - A_c h_{loss} \Delta \bar{T} \Delta t \\
 &= 26500\text{ J} - 2\pi \cdot 0.0465 \cdot 0.105\text{ m}^2 \cdot 12 \frac{\text{W}}{\text{K} \cdot \text{m}^2} \cdot 13\text{ K} \cdot 200\text{ s} \\
 &= 17000\text{ J}
 \end{aligned}$$

Capacitance:

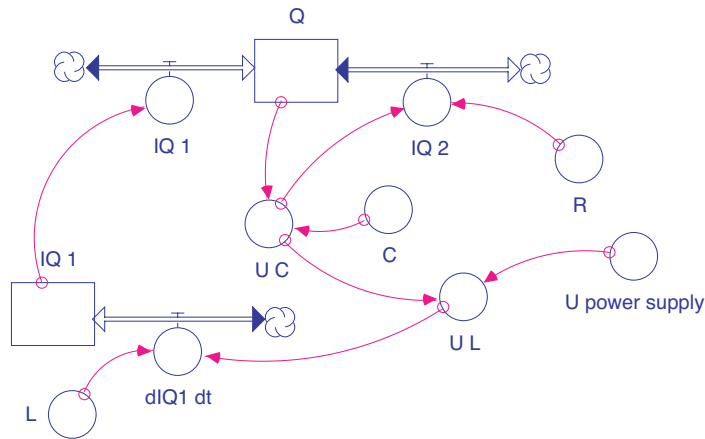
$$\begin{aligned}
 \Delta W_c &= c_c m_c \Delta T_c \quad \Delta T_c \approx 30\text{ K} \quad (T_{inside\ wall} \approx T_{water}!) \\
 c_c &= \frac{\Delta W}{m_c \Delta T_c} = \frac{17000\text{ J}}{\rho_{PVC} \pi (0.0465^2 - 0.030^2) \cdot 0.105\text{ m}^3 \cdot 30\text{ K}} \approx 1000 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{kg}}
 \end{aligned}$$

5. Dynamical model

a.



b.



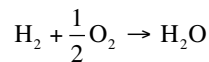
c. Law of balance: there are two currents with respect to the capacitor. Rate of change of IQ1 is determined by the inductive effect:

$$\begin{aligned}
 \frac{dQ}{dt} &= I_{Q1} - I_{Q2} \\
 \frac{dI_{Q1}}{dt} &= \frac{1}{L} U_L
 \end{aligned}$$

d. Other constitutive laws (capacitive, resistive for IQ2, loop rule left, loop rule right):

$$\begin{aligned}
 I_{Q1} &= I_{QC} + I_{Q2} \\
 U_C &= \frac{1}{C} Q \\
 I_{Q2} &= \frac{1}{R} U_R \\
 U_L &= U_{\text{power supply}} - U_C \\
 U_R &= U_C
 \end{aligned}$$

5. Burning hydrogen



a. 0.5 mole O2 for 1 mole H2:

$$m_{\text{O}_2} = \frac{1}{2} \frac{M_{\text{O}_2}}{M_{\text{H}_2}} m_{\text{H}_2} = \frac{1}{2} \frac{0.032}{0.002} 1.0 \text{ kg} = 8.0 \text{ kg}$$

b. Energy released:

$$\begin{aligned}
 W_{\text{chem}} &= [\Delta\mu]_R n_{\text{H}_2} = \frac{1}{M_{\text{H}_2}} [\Delta\mu]_R m_{\text{H}_2} \\
 &= \frac{1}{0.0020 \frac{\text{kg}}{\text{mole}}} \left(\mu_{\text{H}_2\text{O, gas}} - (\mu_{\text{H}_2, \text{gas}} + \mu_{\text{O}_2, \text{gas}}) \right) \cdot 1.0 \text{ kg} \\
 &= \frac{1}{0.0020 \frac{\text{kg}}{\text{mole}}} \left(-228600 \frac{\text{J}}{\text{mole}} - (0 + 0) \right) \cdot 1.0 \text{ kg} \\
 &= 114.3 \cdot 10^6 \text{ MJ}
 \end{aligned}$$

c. Entropy produced:

$$S_{\text{prod}} = \frac{W_{\text{chem}}}{T} = \frac{114.3 \cdot 10^6 \text{ MJ}}{298 \text{ K}} = 384 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

d. More energy will be released since the chemical potential of liquid water is lower.

e. The heating value is the energy emitted to the environment by the system. This is equal to the entropy exchanged with the environment multiplied by the (standard) temperature. The entropy exchanged equals the change of the entropy of the substances minus the entropy produced. Note that the entropy of the product is different from the entropy of the reactants.

f. Energy released: Same amount as in burning. Entropy produced: zero!