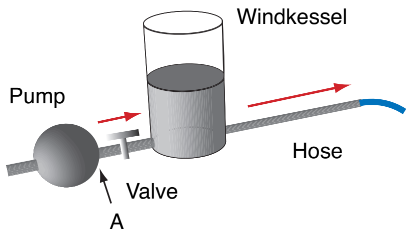
Physik und Systemwissenschaft

Test, Oktober 2007

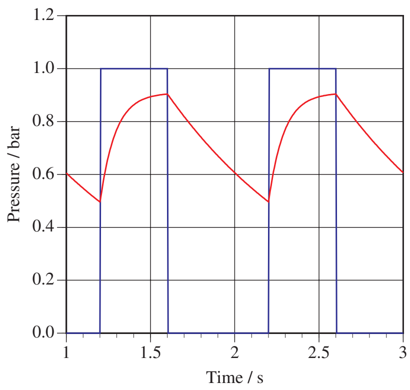
Erstes Semester WI07

Verhalten eines Windkessel Modells



Das Modell besteht aus einer Pumpe, die den Druck jede Sekunde 0.40 s lang ohne Verzögerung auf 1 bar bringt, einem Verbindungsrohr mit Rückschlagventil (lässt nur in Richtung Tank durch), einem geradwandigen Behälter und einem langen Rohr.

Das Diagramm zeigt den Druck am Anfang des Verbindungsrohres (bei Punkt A). Die zweite Kurve im Diagramm zeigt den Druck der Flüssigkeit im Behälter als Funktion der Zeit. Der Umgebungsdruck wird auf Null gesetzt. Eine Vergrösserung des Diagramms befindet sich auf der nächsten Seite.



Modellieren Sie die Strömungen durch die beiden Rohre (Pumpe bis Kessel und aus dem Kessel) als *laminar*. Die Strömungswiderstände betragen 0.10 bar/(Liter/s) für das Stück mit dem Ventil, und 1.0 bar/(Liter/s) für das lange Rohr.

a. Skizzieren Sie den Voumenstrom durch das lange Rohr als Funktion der Zeit. Berechnen Sie zugehörige konkrete Werte für die y-Achse (Strom-Achse).

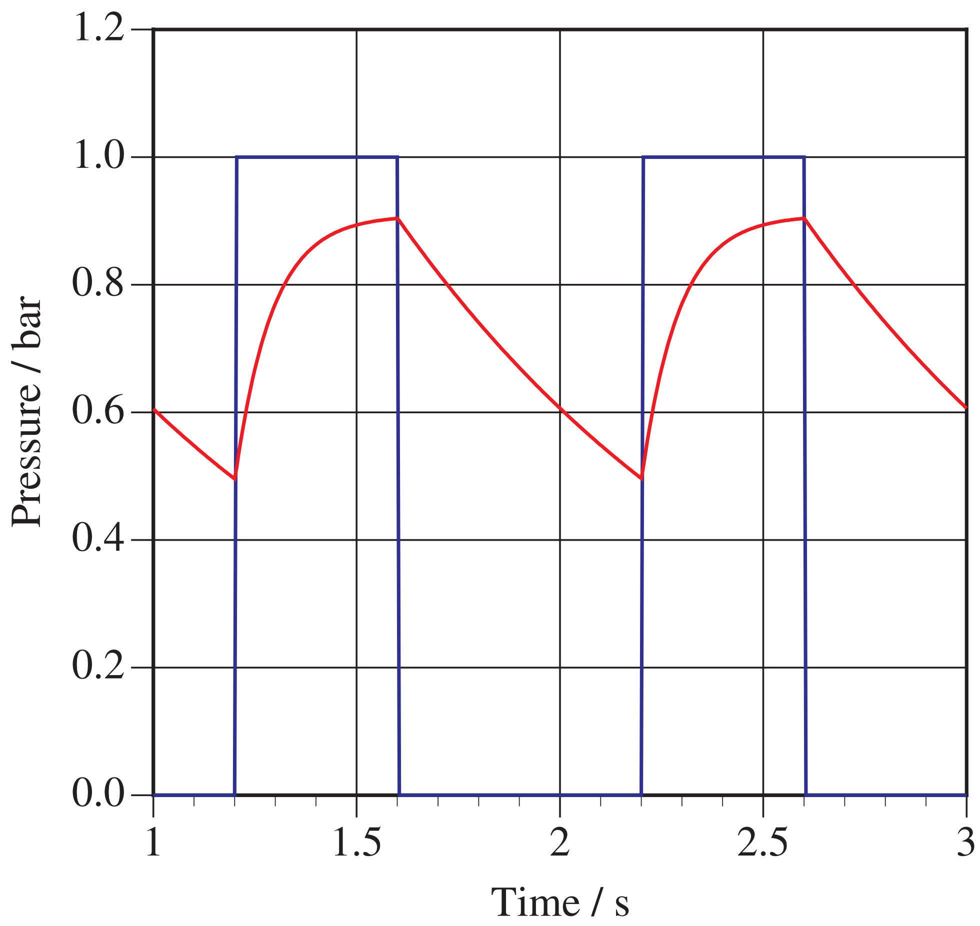
b. Skizzieren Sie den Voumenstrom durch das Verbindungsrohr als Funktion der Zeit für einen Zyklus (z.B. von 1 bis 2 s). Berechnen Sie zugehörige konkrete Werte für die y-Achse (Strom-Achse).

c. Wieviel Flüssigkeit wird durch die Pumpe pro Zyklus in den Behälter befördert?

d. Skizzieren Sie den Inhalt des Behälters als Funktion der Zeit (keine Einheiten auf der vertikalen Achse). Gehen Sie dabei vom Druck der Flüssigkeit im Behälter aus. Warum sieht Ihr Resultat so aus?

e. Wie hängt das Diagramm aus Aufgabe d mit den beiden Stromdiagrammen (a und b) zusammen?

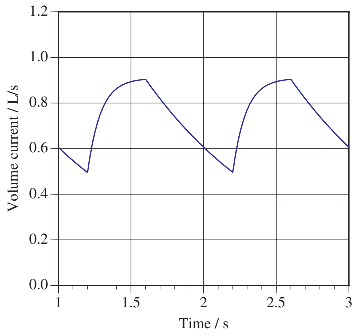
f. Nehmen Sie an, das Ventil würde nach 1.6 s *nicht mehr* geöffnet. Skizzieren Sie, was mit dem Druck der Flüssigkeit im Behälter als Funktion der Zeit passieren würde. Benutzen Sie das, um die Zeitkonstante des Systems aus Behälter und langem Rohr zu bestimmen. Wie gross ist demnach die Kapazität des Behälters? (In den Einheiten bar, Liter, Sekunde).



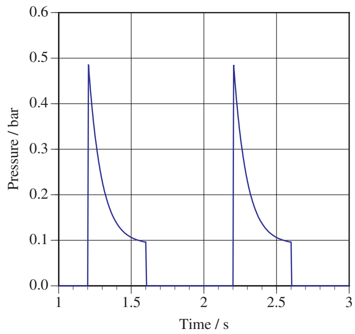
1.2
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
Pressure / bar
1
1.5
2
2.5
3
Time / s

Solutions

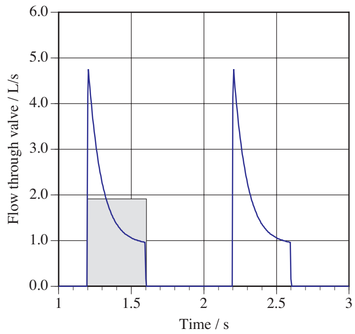
Model of windkessel pump



a. IV through long pipe depends upon the pressure difference across this pipe and the resistance of the pipe (IV = delta_pR / RV). The pressure difference is equal to the pressure at the bottom of the tank (oscillating curve). Therefore, IV(t) looks exactly like the oscillating curve (made up of exponential sections, see Fig. 1). Maximum value: IV_max = 0.90 bar / 1.0 bar/(L/s) = 0.90 L/s. Minimum value: IV_min = 0.50 bar / 1.0 bar/(L/s) = 0.50 L/s.



b. IV through the valve between pump and tank is proportional to the pressure difference across the valve. This is equal to the difference of pressure in the pump and in the tank (during the periods when the pump is on, Fig. 2). IV_AV = delta_p_AV / RV_AV (RV_AV = 0.10 bar/(L/s)), Fig. 3:



c. Area under IV_AV(t) curve in previous problem: V_e = IV_AV_average · delta_t = 2.0 L/s · 0.40 s = 0.80 L (more accurate value: 0.74 L).

d. Capacitive relation: V = C_V · delta_pC. Delta_pC equals the pressure in the tank. Therefore, V(t) looks like the oscillating curve in the data graph (or the graph in Fig. 1).

e. The *rate of change of* $V(t)$ must be equal to the sum of the two functions in a and b.

f. The pressure would continue to decay exponentially to zero (Fig. 4). Extending the function allows us to determine the time constant graphically: tau = 1.0 s. Since tau = RV · CV, we have CV = 1.0 L/bar.