

Physik und Systemwissenschaft

Test, November 2007

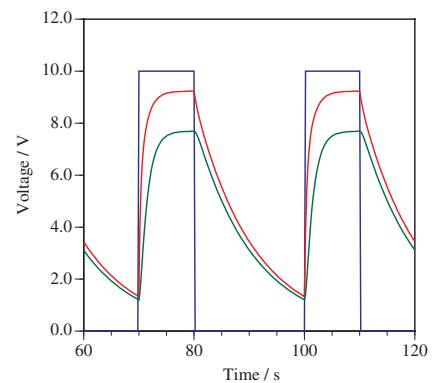
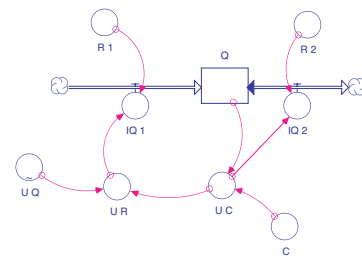
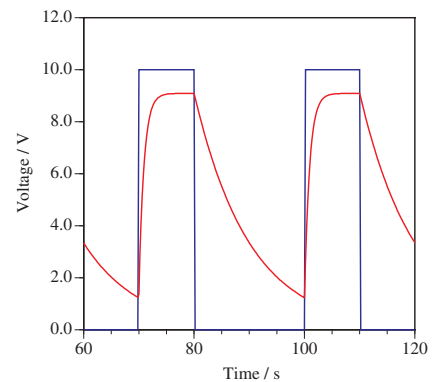
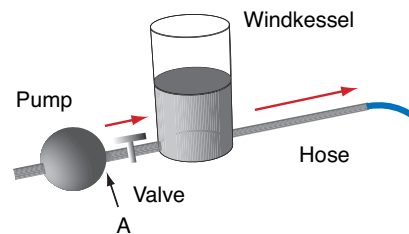
Erstes Semester WI07

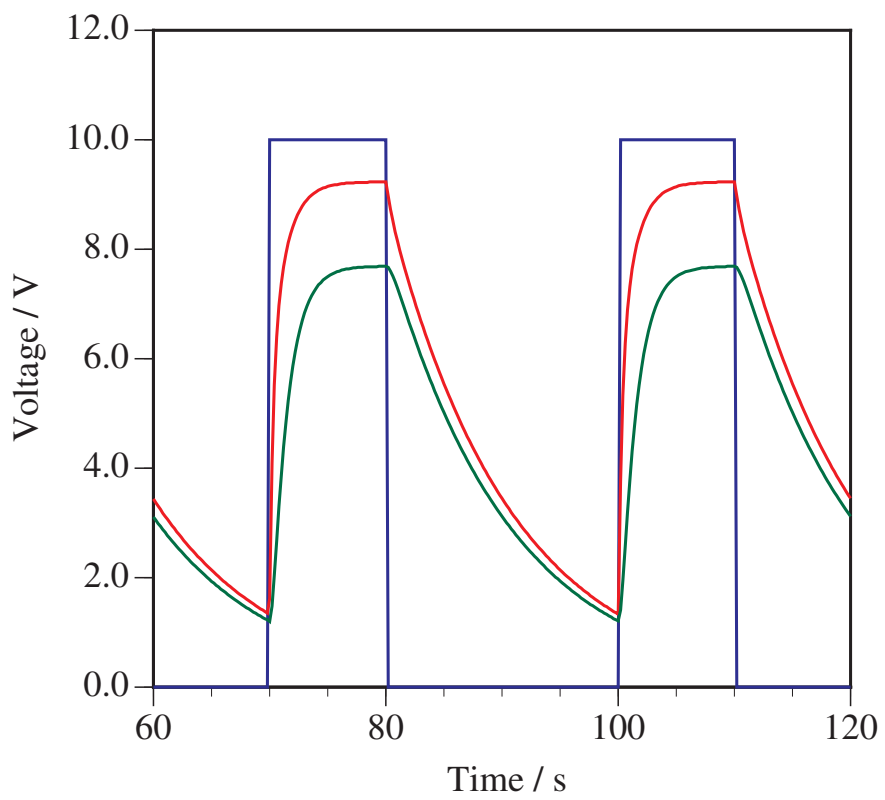
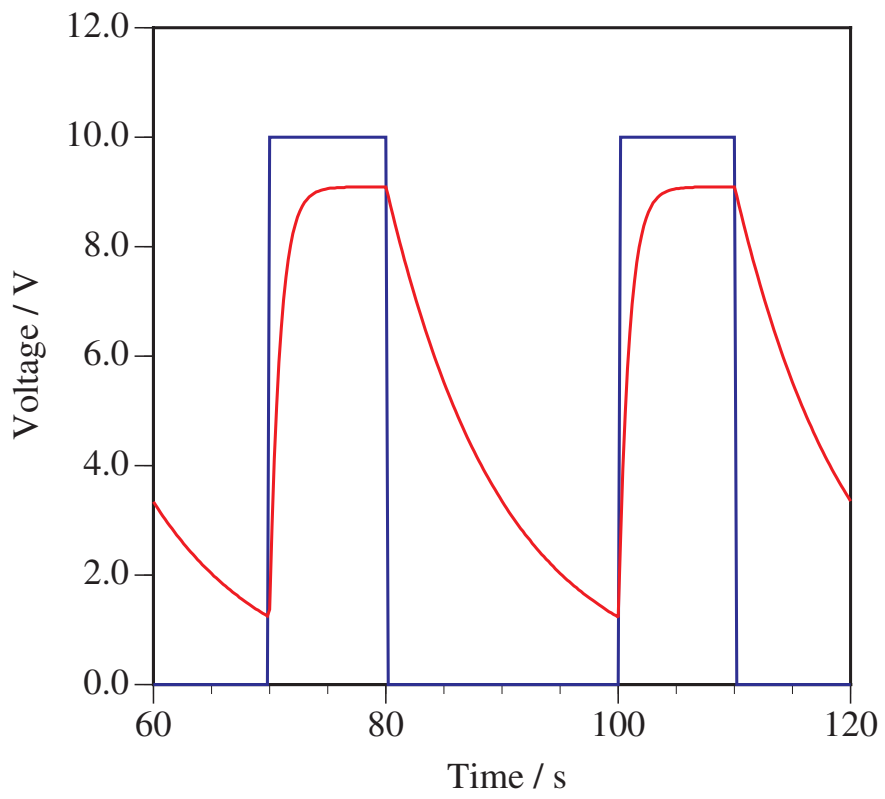
Verhalten eines elektrischen Windkessel Modells

Ein hydraulisches Windkesselsystem mit idealer Pumpe und Ventil soll elektrisch umgesetzt und systemdynamisch modelliert werden. Das Diagramm zeigt die elektrische Spannung über der (idealen) Spannungsquelle und über dem Kondensator.

Widerstandswerte und Kapazitäten sollen als konstant angenommen werden. Der Widerstandswert des Widerstandes, der dem Auslaufrohr entspricht, beträgt 10Ω .

- Skizzieren Sie eine elektrische Schaltung, die dem Windkessel Modell entspricht. Erklären und beschriften Sie Ihre Skizze.
- Kurze Zeit nach dem Anschalten der Spannungsquelle erreicht die Spannung über dem Kondensator einen konstanten Wert (etwa zwischen 75 s und 80 s). Warum? Warum erreicht die Spannung über dem Kondensator nie die 10 V der Spannungsquelle? Benutzen Sie diese Beobachtungen und Ihre Erklärungen, um das Verhältnis der beiden Widerstandswerte zu bestimmen.
- Wie kann man aus dem Systemverhalten ablesen, dass die Kapazität des Kondensators 1.0 F beträgt?
- Wie berechnet man den Energiestrom, der von der Spannungsquelle zum Kondensator fließt? Kann man diesen Energiestrom benutzen, um die Energie des Kondensators zu bestimmen? Wenn ja, wie?
- Der Tank soll im elektrischen Modell durch zwei Kondensatoren ersetzt werden. Zwischen den beiden Kondensatoren gibt es ein Widerstandselement. Vervollständigen Sie das Modell, indem Sie das SD Diagramm ergänzen. Wie gross sollte man die Kapazität eines einzelnen Kondensators machen?
- Erklären Sie, wie der elektrische Strom zwischen den beiden Kondensatoren in Ihren SD Modell berechnet wird.
- Benutzen Sie die Daten aus dem zweiten Diagramm, um den Strom zwischen den beiden Kondensatoren für einen Zyklus (zwischen 60 s und 90 s) so genau wie möglich zu skizzieren. Nehmen Sie einen Widerstandswert von 2.0Ω .





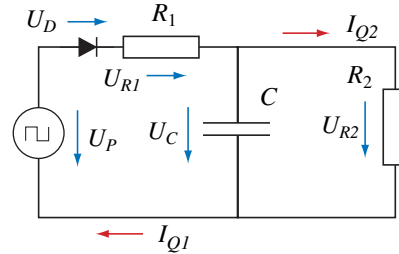
Solutions

Model of windkessel pump

- a. Power supply, diode, two resistors, one capacitor. Voltages across each of the elements. Two currents.

Power supply models variable pressure of pump (U_P). Diode and R_1 represent valve and short pipe leading into tank. Capacitor stands for tank (U_C). R_2 represents long pipe leading away from tank. U_D is assumed to be 0 ("ideal" diode).

- b. Constant voltage U_C : steady-state of capacitor because of equal inflow and outflow: $I_{Q1} = I_{Q2}$. Since there always is a flow I_{Q1} , there is a voltage U_{R1} which means that $U_C < U_P$.



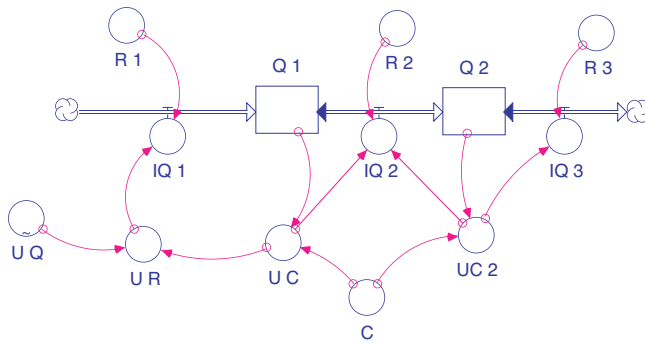
$$I_{Q1} = I_{Q2}$$

$$I_{Q1} = \frac{U_{R1}}{R_1} = \frac{U_P - U_C}{R_1} \quad I_{Q2} = \frac{U_C}{R_2}$$

$$\Rightarrow \frac{U_P - U_C}{R_1} = \frac{U_C}{R_2} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{U_C}{U_P - U_C} \approx \frac{9.1}{10 - 9.1} = 10$$

Therefore, R_1 should be about 1Ω .

- c. Exponential decay of $U_C(t)$ after U_P has been set to zero (for example between 80 s and 100 s). The time constant is about 10 s. Since this is essentially the time constant of the system of C and R_2 , we have $C \cdot R_2 = 10$ s, therefore $C = 1$ F.
- d. $I_{W_C_in} = U_C \cdot I_{Q1}$. We also need the energy current out of the capacitor ($I_{W_C_out} = U_C \cdot I_{Q2}$), use the law of balance of energy of the capacitor to obtain dW_C/dt , integrate this rate of change (and add the result to the initial value of the energy of the capacitor).
- e. One capacitor should have half the capacitance of the previous single capacitor (therefore, $C = 0.5$ F per capacitor).



- f. $I_{Q2} = (U_C - U_{C2}) / R_2$ (R_2 is the new resistor between the capacitors; R_3 is the old R_2 !)
- g. $I_{Q2} = (U_C - U_{C2}) / R_2$ where $R_2 = 2 \Omega$. U_C and U_{C2} are the voltages shown in the graph of problem g. Their difference has to be read from the graph and divided by 2Ω .

