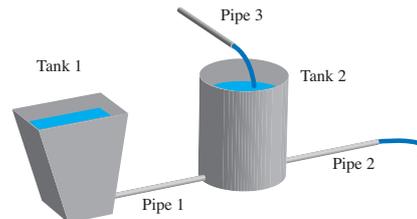


Physik und Systemwissenschaft

End of Semester Exam, January 2008

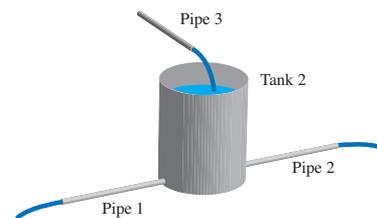
Erstes Semester Wirtschaftsingenieur, WI07a-b

1. a. Formulieren Sie für den Tank rechts (Tank 2) die momentane (augenblickliche) Form der Volumenbilanz. b. Wie lautet die momentane Volumenbilanz für die beiden Gefässe *zusammen* (als ein Gefäss betrachtet)?



2. Ein anfänglich ungeladener Kondensator (Kapazität: 1.0 F) wird mit einer Spannungsquelle (5.0 V) über ein Widerstandselement mit einem Widerstand von 10Ω aufgeladen. Nach 50 s wird er über ein Widerstandselement (5.0Ω) entladen. Skizzieren Sie so genau wie möglich den Zeitverlauf der Spannung über dem Kondensator.

3. Nehmen Sie als System einen Tank mit zwei ins Freie führenden Rohren am Boden und einem oben (Rohr 3, siehe Bild). Die Flüssigkeit im System sei Speiseöl. Stellen Sie sich vor, der Tank sei am Anfang etwa halb gefüllt. Der Zustrom von Öl durch das obere Rohr sei *konstant*. Wie wird sich die Füllhöhe mit der Zeit verändern? Skizzieren Sie in einem Diagramm verschiedene Möglichkeiten, und erklären Sie, inwiefern das Ergebnis von der Stärke des Stroms durch Rohr 3 abhängt.



4. Skizzieren und erklären Sie das Prozessdiagramm einer Brennstoffzelle.

5. In dieser Aufgabe geht es um die Dynamik eines Schmerzmittels im menschlichen Körper. Das Medikament wird über ein Pflaster verabreicht, in dem der Wirkstoff zunächst eingeschlossen ist. Das Pflaster hat eine Grösse von einigen cm^2 und wird an einer Stelle, an der die Haut dünn ist, aufgeklebt und für längere Zeit dort belassen.

Das Wirkstoffdepot unter dem Pflaster gibt den Wirkstoff solange kontinuierlich an die Haut ab, bis es entleert ist. Von der Hautoberfläche gelangt der Wirkstoff in tieferen Hautschichten und schliesslich in den Blutkreislauf. Im Blutstrom wird es zum Hirn transportiert, wo es schmerzstillend wirkt, solange die Konzentration ausreichend hoch ist. Im Blutkreislauf wird der Wirkstoff v.a. in der Leber durch chemische und biochemische Prozesse abgebaut, d.h. in andere Stoffe ohne schmerzlindernde Wirkung umgewandelt. Die Situation am Verabreichungsort ist in Abb. 1 dargestellt. Abb. 2 zeigt eine schematische Darstellung des oben beschriebenen Systems.

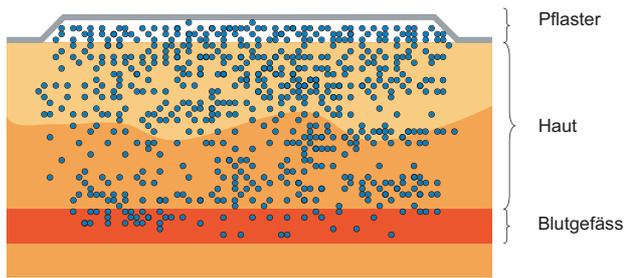


Abb. 1: Verabreichung des Schmerzmittels über ein Pflaster

Bei einer Verabreichung des Medikaments über den Mund wird die gesamte Menge in sehr kurzer Zeit aufgenommen, was kurzzeitig zu sehr hohen Konzentrationen im Blut führt – so hoch, wie sie für den schmerzlindernden Effekt gar nicht benötigt werden. Diese hohen Konzentrationen sinken dann aber in viel kürzerer Zeit unter die für die Wirkung benötigte Konzentration als bei kontinuierlicher Aufnahme über die Haut. Darin liegt der Vorteil einer Verabreichung über ein Pflaster.

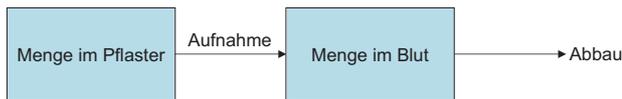
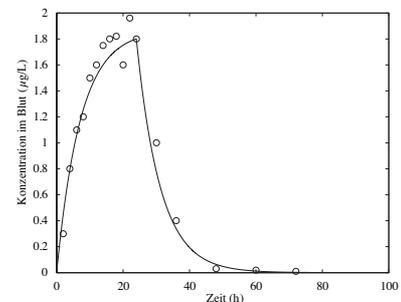


Abb. 2: Schematische Darstellung der Speicher und Prozesse

- a. Schreiben Sie eine Gleichung für die augenblickliche Bilanz der Wirkstoffmenge im Blut. Bezeichnen Sie die Wirkstoffmenge im Blut mit n_B . Rechts vom Gleichheitszeichen sollen nur Ströme und Erzeugungen bzw. Vernichtungen vorkommen. Benutzen Sie dafür die Symbole I und Π
- b. Skizzieren Sie mit MADONNA-Symbolen ein einfaches Modell, das die Konzentration des Wirkstoffs im Blut beschreibt. Gehen Sie von folgenden Annahmen aus:
 - Das Pflaster gibt den Wirkstoff mit konstanter Rate an die Haut ab. Von dort wird der Wirkstoff unverzögert ins Blut abgegeben. Wegen dieser unverzögerten Abgabe brauchen Sie keinen Speicher für die Haut.
 - Der Abbau im Blut entspricht einer Reaktion 1. Ordnung.
 - Das Blutvolumen wird als Anteil des Körpergewichts beschrieben.
- c. Abb. 3 zeigt modellierte und gemessene Konzentrationen des Wirkstoffs im Blut, wobei das oben beschriebene Modell verwendet wurde.
 - Wie lange war das Pflaster während der Studie aufgeklebt? (Begründung)

Abb. 3: Modellierte und gemessene Konzentrationen des Wirkstoffs im Blut. Vergrößertes Bild siehe Beiblatt.

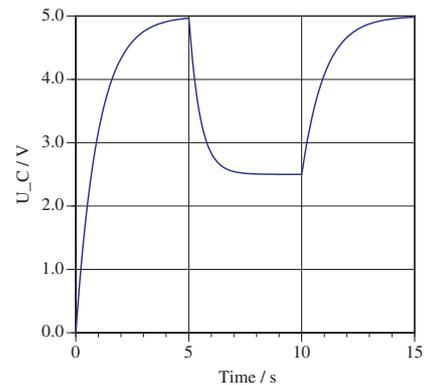


- Schätzen Sie die (konstante) Transferrate von Pflaster ins Blut ab. Hinweis: Dies geht am besten zu einem Zeitpunkt, in dem der Abbau des Wirkstoffs im Blut nahezu Null ist.
 - Wie gross ist ungefähr die Ratenkonstante des Abbaus, Geben Sie die Einheiten der Ratenkonstante an!
 - Begründen Sie den zeitlichen Verlauf der Konzentration in Abb. 3.
 - Ist es sinnvoll, den Transfer vom Pflaster in die Haut als konstant anzunehmen? Begründen Sie mit Hilfe von Abb. 1.
6. Elektrische Geräte wie kleine Motoren oder Computer werden oft mit Batterien betrieben. Um die Funktionsdauer einer aufgeladenen Batterie zu verlängern, wird neuerdings oft mit einem zusätzlichen (Super)Kondensator in der Schaltung gearbeitet. Der Kondensator wird direkt an die Batterie angeschlossen, und das Gerät wird mit einem Schalter parallel zum Kondensator geschaltet. (Die Schaltung ist damit ähnlich wie die für ein Windkessel Modell.)

Untersuchen Sie eine Schaltung mit folgenden Parametern. Die Batterie hat eine (Leerlauf)Spannung von 5.0 V und einen Innenwiderstand von 1.0 Ω . Der Kondensator hat eine Kapazität von 1.0 F. Das Gerät ist ein einfacher ohmscher Widerstand mit 1.0 Ω .

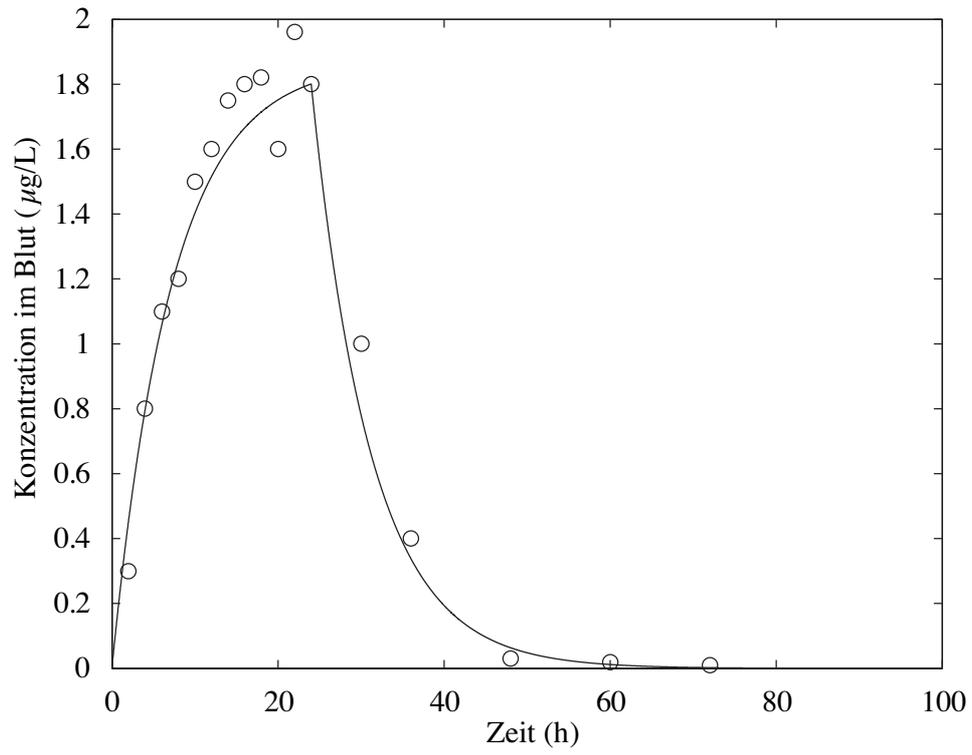
Die Spannung über dem Kondensator wurde für 15 s gemessen (siehe Diagramm). Das Gerät war zwischen 5.0 s und 10.0 s eingeschaltet. Am Anfang war der Kondensator ungeladen.

- Zeichnen Sie ein elektrisches Schaltbild für die Schaltung.
- Skizzieren Sie ein Systemdynamik-Diagramm (Madonna) für die Schaltung. Formulieren Sie alle Gleichungen für das Modell (inklusive Schalter).
- Erklären Sie (mit Berechnung), warum die Spannung über dem Kondensator zwischen 8 – 10 s einen Wert von 2.5 V erreicht.
- Bestimmen Sie für die ersten 5 s den elektrischen Strom durch die Batterie (nehmen Sie dazu die gemessenen Werte in der Grafik). Bestimmen Sie so genau wie möglich, wieviel Energie die Batterie in dieser Zeit abgegeben hat.
- Wieviel Energie hat der Kondensator bei $t = 5.0$ s gespeichert? Ist der Wert von dem in d verschieden? Wenn ja, warum? Wenn nein, warum nicht?
- Bestimmen Sie im Diagramm für die drei dynamischen Phasen die Zeitkonstanten. Erklären Sie die erhaltenen Werte (durch entsprechende Berechnungen).

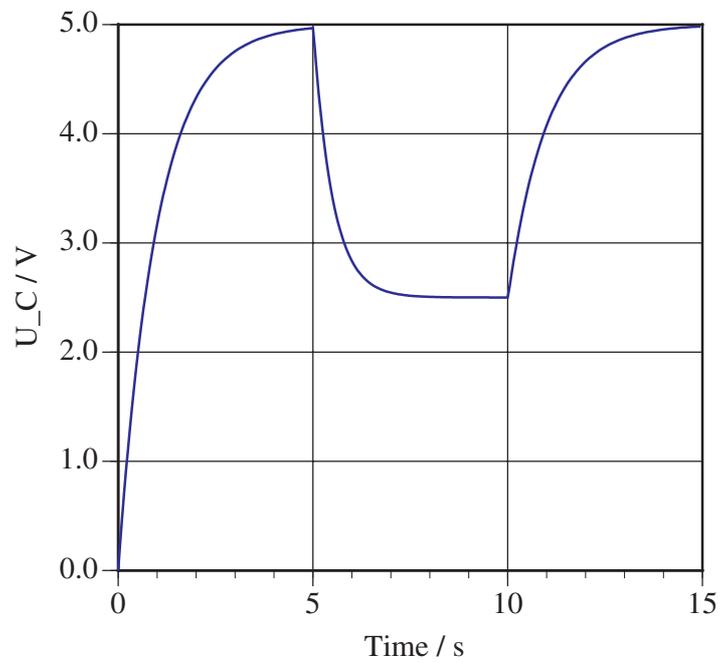


Spannung über dem Kondensator als Funktion der Zeit. Vergrössertes Bild siehe Beiblatt.

Aufgabe 5



Aufgabe 6



Solutions

1. Laws of balance

a. $dV_2/dt = IV_1 - IV_2 + IV_3$

b. $dV_{total}/dt = -IV_2 + IV_3$

2. Kondensator

Exponentieller Anstieg von 0 V an 5.0 V mit Zeitkonstante von 10 s. Ab 50 s, exponentieller Abfall von 5.0 V auf 0 V mit Zeitkonstante 5.0 s.

3. Tank

Bei $t = 0$ s haben die beiden Ausflüsse Zusammen eine Stromstärke $IV_{aus}(0)$.

(1) $IV_{in} = IV_{aus}(0)$: konstante Füllhöhe

(2) $IV_{in} > IV_{aus}(0)$: exponentieller Anstieg von $h(0)$ auf grössere Füllhöhe

(3) $IV_{in} < IV_{aus}(0)$: exponentieller Abfall auf niedrigere Füllhöhe (Spezialfall: $IV_{in} = 0$: Abfall auf $h = 0$)

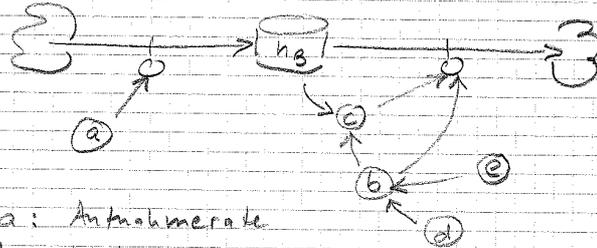
4. Brennstoffzelle

Zufuhr von frischen Brennstoff (z.B. H_2 und O_2), Abfuhr von Verbrennungsprodukten auf tieferem chemischem Potential. Zufuhr von Ladung auf tiefem, Abfuhr auf hohem elektrischem Potential. Produktion von Wärmestoff und Abfuhr auf der Temperatur der Zellen. Energieströme mit allen Trägerströmen. Energiefreisetzung in chem. Reaktionen, Nutzung in elektrischem Prozess und Wärmestoffproduktion.

MUSTERLÖSUNG, End of Semester Exam 2007

1 a) $\dot{n}_B = I_{pB} - \Pi_B$ (2 Punkte)

1 b)



a: Aufnahme rate

b: Blutvolumen

c: Konzentration im Blut

d: Körpergewicht

e: relatives Blutvolumen (L Blut / kg KG) (3 Punkte)

1 c) • 24 h
• $V_B = 70 / 13 \approx 5.4 \text{ L}$ (1 Punkt)

$$\left. \frac{\Delta c}{\Delta t} \right|_{t=0} \approx \frac{0.26}{1}$$

$$\text{Transfer rate} = V_B \cdot \left. \frac{\Delta c}{\Delta t} \right|_{t=0} \approx 1.4 \frac{\text{mg}}{\text{h}} \quad (1 \text{ Punkt})$$

• Nach 24 h sind Transfer rate und Abbau gleich groß (dyn. Gleichgewicht)

$$1.4 \frac{\text{mg}}{\text{h}} = k \cdot 1.8 \frac{\text{mg}}{\text{L}} \cdot V_B$$

Aufnahme Abbau 1. Ordnung

$$k = \frac{1.4}{1.8 \cdot 5.4} = 0.14 \text{ h}^{-1} \quad (3 \text{ Punkte})$$

• Anstieg: Konz. im Blut nimmt an Anfang schnell zu, dann langsamer, weil Abbau 1. Ordnung wirkt

Nach 24h sind Aufnahme und Abgabe gleich gross (dynam. Gleichgewicht).

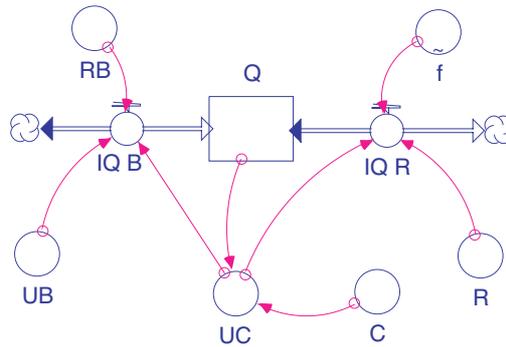
Abfall: Nach 24h wird Pflaster entfernt, nur noch Abnahme der Konzentration. Diese umso grösser, je höher Konzentration (1. Ordnung). (2 Punkte)

• Der Transfer des Wirkstoffs ist durch die Grösse des Pflasters beschränkt, die konstant ist. Die Konz. an der Hautoberfläche bleibt konstant, bis (fast) alles Wirkstoff aus dem Pflaster in die Haut eingedrungen ist. (1 Punkt)

6. Batterie und Kondensator

a. Battery, capacitor, load all in parallel

b.



$$dQ(t) / dt = I_{Q_B} - I_{Q_R}$$

$$\text{INIT } Q = 0$$

$$I_{Q_B} = (U_B - U_C) / R_B$$

$$I_{Q_R} = f * U_C / R$$

$$C = 1$$

$$R = 1$$

$$R_B = 1$$

$$U_B = 5$$

$$U_C = Q / C$$

$$f = 1 \text{ for } t \text{ between } 5 \text{ and } 10, \text{ else } 0$$

c. Stationärer Prozess: Zuflüsse = Ausflüsse: $I_{Q_B} = I_{Q_R}$, $I_{Q_B} = (U_B - U_C)/R_i$, $I_{Q_R} = U_C/R$, also $U_C = 2.5$ V.

d. $I_{Q_B} = (U_B - U_C)/R_i$: Exponentiell abnehmende Funktion (von 5 A auf 0 A). $P_{\text{Batterie}} = U_B \cdot I_{Q_B}$.
 $W_{\text{Batterie}} = \text{Fläche unter } P_{\text{Batterie}}(t)$, gibt ungefähr 25 J.

e. $W_{\text{Kond}} = 0.5 \cdot C \cdot U_C^2 = 12.5$ J. Unterschied: Im Innenwiderstand dissipierte Energie.

f. Zeitkonstanten: 1 s, 0.5 s, 1 s. In erster und zweiter Phase haben wir Stromkreis mit $C = 1$ F und $R_i = 1$ Ohm. In zweiter Phase haben wir zwei Stromkreise, zwei Widerstände parallel (zusammen 0.5 Ohm).