

Physik und Systemwissenschaft

Test, Oktober 2008

Erstes Semester WI08

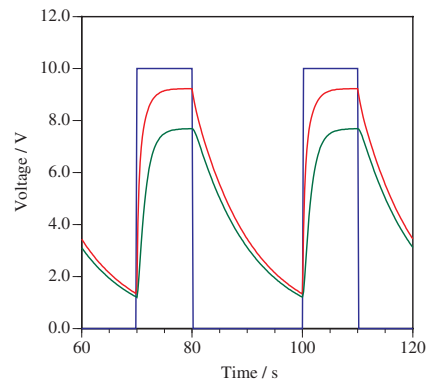
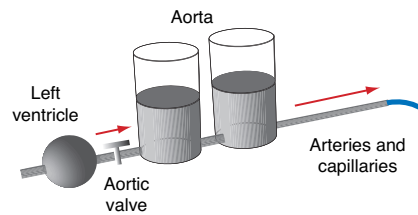
Verhalten eines elektrischen Windkessel Modells

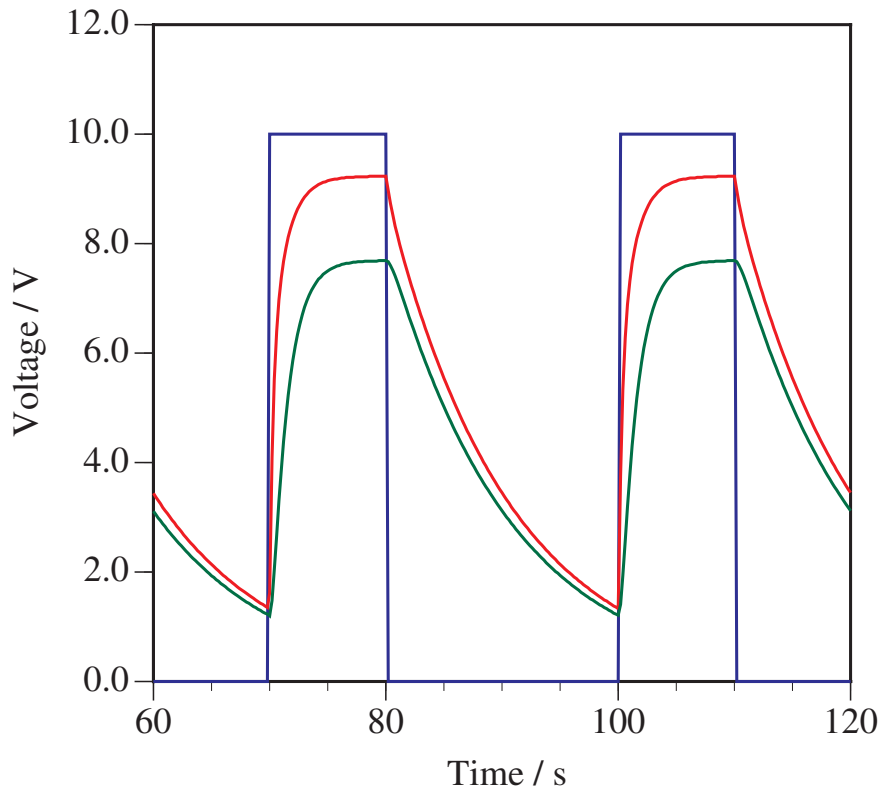
Ein hydraulisches Windkesselsystem mit idealer Pumpe, Ventil und zwei identischen Behältern soll elektrisch umgesetzt und systemdynamisch modelliert werden. Zwischen den beiden Kesseln befindet sich ein kürzeres Rohr.

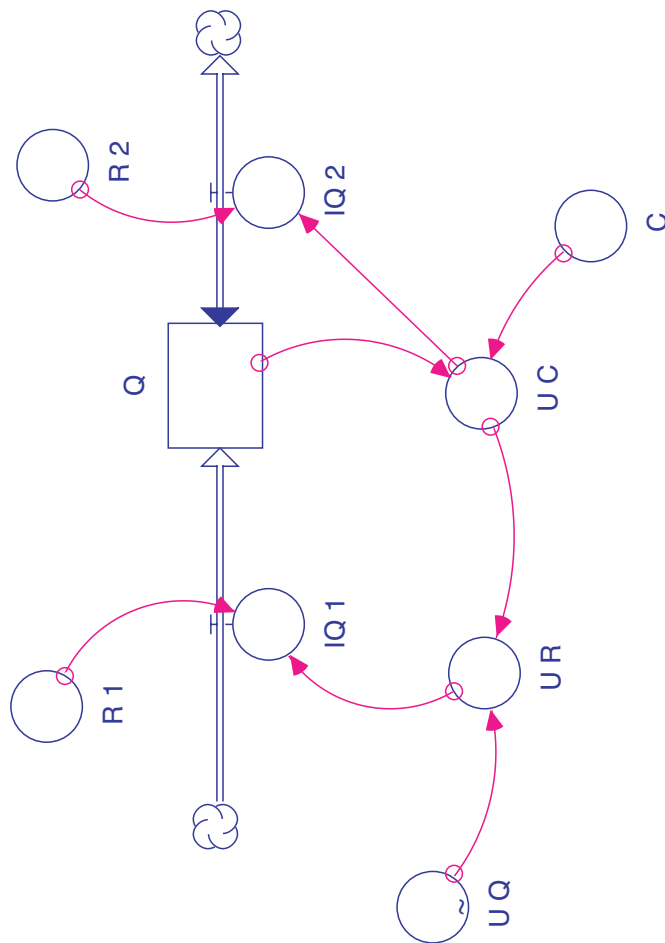
Das Diagramm zeigt die elektrischen Spannungen über der (idealen) Spannungsquelle (Rechtecksignal) und über den beiden Kondensatoren. Auf der Rückseite ist eine Vergrößerung abgedruckt.

Widerstandswerte und Kapazitäten sollen als konstant angenommen werden. Der Widerstandswert des Widerstandes, der dem Auslaufrohr entspricht, beträgt 1000Ω .

- Skizzieren Sie eine elektrische Schaltung, die dem Windkessel Modell entspricht. Erklären und beschriften Sie Ihre Skizze.
- Skizzieren Sie das Diagramm (Flow Chart) eines systemdynamischen Modells, mit dem Sie die Windkesselschaltung modellieren können. Benutzen Sie für die Beschriftung die selben Symbole für die Größen wie im elektrischen Schaltungsdiagramm.
- Formulieren Sie alle relevanten Gleichungen für das Modell.
- Kurze Zeit nach dem Anschalten der Spannungsquelle erreichen die Spannungen über den Kondensatoren konstante Werte (etwa zwischen 75 s und 80 s). Warum? (Formulieren Sie die Bedingungen dafür, d.h., geben Sie Ihre Erklärung in der Form von Gleichungen.) Benutzen Sie diese Beobachtungen und Ihre Erklärungen, um die fehlenden Widerstandswerte zu bestimmen.
- Benutzen Sie das Systemverhalten (siehe Diagramm) um zu zeigen, dass die Kapazität eines einzelnen Kondensators etwa 5 mF betragen muss.
- Wie gross wird die elektrische Stromstärke zwischen den beiden Kondensatoren kurz vor 80 s?







Solutions

Model of windkessel pump

- a. Power supply, diode, two resistors, one capacitor. Voltages across each of the elements. Two currents.

Power supply models variable pressure of pump (U_P). Diode and R_1 represent valve and short pipe leading into tank. Capacitor stands for tank (U_C). R_2 represents long pipe leading away from tank. U_D is assumed to be 0 ("ideal" diode).

- b. Constant voltage U_C : steady-state of capacitor because of equal inflow and outflow: $I_{Q1} = I_{Q2}$. Since there always is a flow I_{Q1} , there is a voltage U_{R1} which means that $U_C < U_P$.

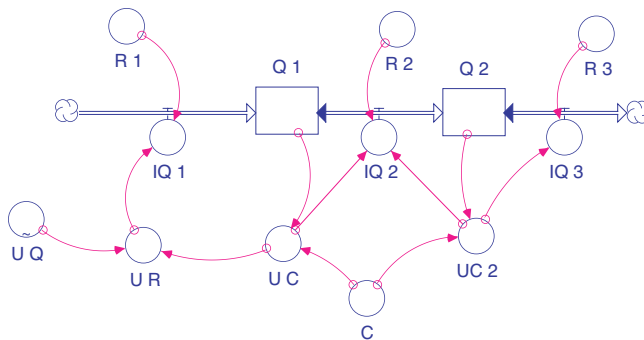
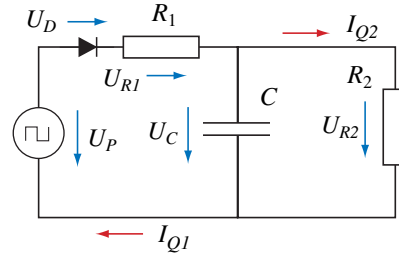
$$I_{Q1} = I_{Q2}$$

$$I_{Q1} = \frac{U_{R1}}{R_1} = \frac{U_P - U_C}{R_1} \quad I_{Q2} = \frac{U_C}{R_2}$$

$$\Rightarrow \frac{U_P - U_C}{R_1} = \frac{U_C}{R_2} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{U_C}{U_P - U_C} \approx \frac{9.1}{10 - 9.1} = 10$$

Therefore, R_1 should be about 1Ω .

- c. Exponential decay of $U_C(t)$ after U_P has been set to zero (for example between 80 s and 100 s). The time constant is about 10 s. Since this is essentially the time constant of the system of C and R_2 , we have $C \cdot R_2 = 10$ s, therefore $C = 1$ F.
- d. $I_{W_C_in} = U_C \cdot I_{Q1}$. We also need the energy current out of the capacitor ($I_{W_C_out} = U_C \cdot I_{Q2}$), use the law of balance of energy of the capacitor to obtain dW_C/dt , integrate this rate of change (and add the result to the initial value of the energy of the capacitor).
- e. One capacitor should have half the capacitance of the previous single capacitor (therefore, $C = 0.5$ F per capacitor).



- f. $I_{Q2} = (U_C - U_{C2}) / R_2$ (R_2 is the new resistor between the capacitors; R_3 is the old R_2 !)
- g. $I_{Q2} = (U_C - U_{C2}) / R_2$ where $R_2 = 2 \Omega$. U_C and U_{C2} are the voltages shown in the graph of problem g. Their difference has to be read from the graph and divided by 2Ω .

