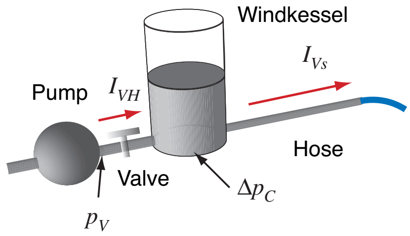
Physik und Systemwissenschaft

Test, Dezember 2008

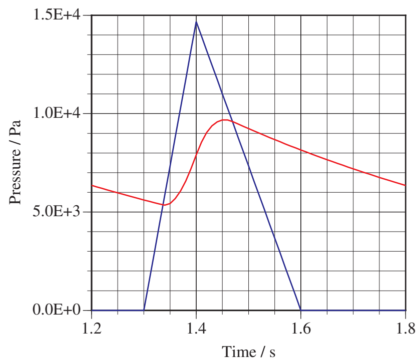
Erstes Semester WI08

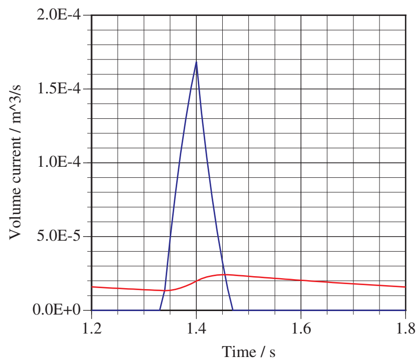
Energie in einem Modell des Blutkreislaufs



In der Figur ist ein Windkesselmodell des systemischen Blutkreislaufs abgebildet. Widerstandswerte und Kapazität sind konstant. Die Kapazität des Behälters (Aorta) is $C = 2.0 \cdot 10^{-9}$ m³/Pa. Der Widerstand zwischen Pumpe und Behälter (Widerstand des Ausflusses aus dem Herz) beträgt $4.0 \cdot 10^7$ Pa·s/m³, der des Auslaufrohres (systemische Blutgefässe) $4.0 \cdot 10^8$ Pa·s/m³. Diese Werte zusammen mit den Daten in den Diagrammen entsprechen grob der Situation für ein erwachsenes Schaf.

In den beiden Diagrammen sind Daten aus der Simulation eines Modells für einen Zyklus von 0.60 s dargestellt. Im oberen sieht man den Druck am Ausgang der Pumpe (p_V) und die kapazitive Druckdifferenz für das Blut in der Aorta (Δp_C). Im zweiten Diagramm sind die Volumenstromstärken der Ströme aus dem Herz (I_{VH}) und aus der Aorta dargestellt (I_{Vs}).





a. Identifizieren Sie die Funktionen in den Diagrammen.

b. Bestimmen Sie den zum Volumenstrom aus dem Herz gehörigen Energiestrom an ein paar wichtigen Punkten, und stellen Sie diesen Energiestrom als Funktion der Zeit dar. Benutzen Sie dieses Ergebnis um zu berechnen, wieviel Energie mit dem Blut in einem Zyklus aus dem Herz strömt.

c. Wie kann man das Ergebnis aus Aufgabe b brauchen, um abzuschätzen, wieviel Energie das Herz pro Zyklus für das Pumpen freisetzen muss? Wie nahe kommt der Wert aus b an den tatsächlichen Energieaufwand des Herzens?

d. Erklären Sie, warum man die Energie, die durch Reibung in der Verbindung zwischen Herz und Aorta pro Sekunde freigesetzt wird, durch

$$\mathcal{P}_{\text{Reibung}} = \left(p_V - \Delta p_C\right) I_{VH}$$

berechnen kann. Benutzen Sie diese Beziehung, um die in einem Zyklus zwischen Herz und Aorta durch Reibung freigesetzte Energie (mit Hilfe der Daten in den Diagrammen) zu bestimmen.

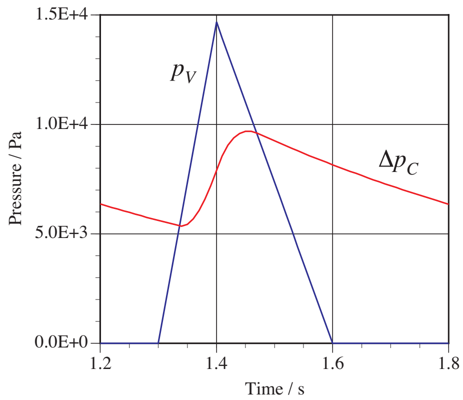
e. Von wann bis wann nimmt die Energie des Blutes in der Aorta zu? Woran kann man das sehen? Bestimmen Sie mit Hilfe der Daten in den Diagrammen die maximale Änderung der Energie des Blutes in der Aorta.

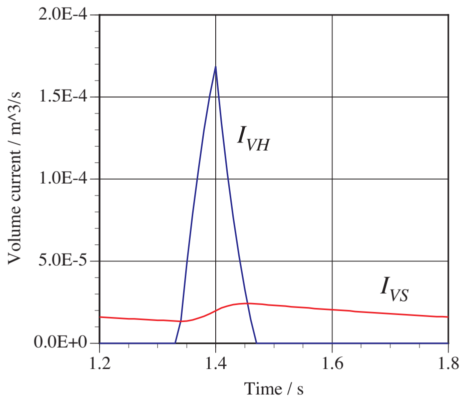
f. Schreiben Sie die Energie-Bilanzgleichung für das Blut in der Aorta in *momentaner* Form. Setzen Sie dann hydraulische Grössen für die Energieströme in Ihre Gleichung ein.

Solutions

Energy in a model of the blood circulatory system

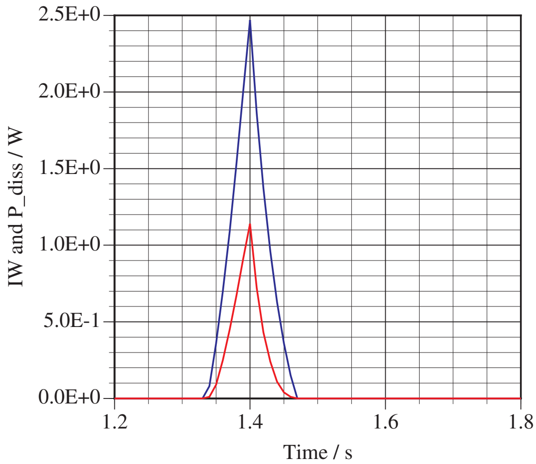
a. Identification of quantities:





b. IW = pV·IVH (as long as pV > DpC): Higher curve in diagram.

Energy transferred: Area between IW(t) and t-axis: W_e_out = 0.13 J



c. Balance of energy for Hear (during one cycle):

DW = W_e_electric + W_e_in – W_e_out

DW should be zero

W_e_electric is the energy input to the heart (energy for driving the “pump”)

W_e_in is the energy flowing in with the blood flowing in. This should be very small (pressure of blood flowing in is low).

Therefore, W_e_electric ≈ W_e_out (we can use the energy leaving the heart with the blood as a fair estimate of the energy requirement of the heart).

d. If a fluid flows through a pipe, energy is released because of friction. The rate at which energy is released (power of the process) is calculated by the differences of levels (pressures) of the driving process and the flow. The difference of pressures needed here is pV – DpC.

The power of the process of friction is given by the lower of the two curves in the diagram above. The energy released (dissipated) in one cycle is obtained by calculating the area between the $\mathcal{P}$(t) curve and the t-axis. W_diss = 0.050 J.

e. The energy of the blood store in the aorta increases as long as the pressure of the blood DpC (and therefore also the volue) increases. This is the case for 1.34 s≤ t ≤ 1.45 s. The relevant pressures are 5350 Pa and 9680 Pa. The energy of a stored liquid can be calculated from W_A = 0.5·C·DpC^2. Here we have to take the difference between the upper and the lower values:

$$\begin{aligned}\Delta W_A &= \frac{1}{2} C \Delta p_{C,2} - \frac{1}{2} C \Delta p_{C,1} \\ &= 0.5 \cdot 2.0 \cdot 10^{-9} \left(9680^2 - 5350^2\right) \mathrm{J} = 0.065 \mathrm{J}\end{aligned}$$

f. There are two energy flows with the blood going in and flowing out. The flows happen at the same pressure (the pressure of the blood in the aorta):

$$\begin{aligned}\frac{dW_A}{dt} &= I_{W,in} - I_{W,out} \\ I_{W,in} &= \Delta p_C I_{V,in} \\ I_{W,out} &= \Delta p_C I_{V,out} \\ \frac{dW_A}{dt} &= \Delta p_C \left(I_{V,in} - I_{V,out}\right)\end{aligned}$$