Physik und Systemwissenschaft

Test, Oktober 2009

Erstes Semester WI09

Erlaubte Hilfsmittel: Bücher und persönlich verfasste Zusammenfassung. Rechen- und Schreibzeugs.

Antworten müssen begründet und nachvollziehbar sein.

Füllen eines Tanks

Ein zylindrischer Tank mit einer Grundfläche von 0.10 m^2 soll durch einen Schlauch, der am Boden in das Gefäss führt, gefüllt werden. Dazu verwendet man eine Pumpe, die unabhängig von den Umständen eine fixe Druckdifferenz von 0.15 bar aufbaut. Die Flüssigkeit sei ein Öl mit einer Dichte von 1000 kg/m^3. Die Strömung durch das Rohr soll laminar sein; der Leitwert für die Strömung ist 10^{-7} $m^3/(s \cdot Pa)$.

Nehmen Sie für die Stärke des Gravitationsfeldes einen Wert von 10.0 N/kg.

a. Machen Sie eine Situationsskizze des Systems, in die Sie wesentliche Grössen für die nachfolgenden Überlegungen eintragen. [1 P.]

b. Zeichnen Sie ein das Diagramm (Flowchart) für ein dynamisches Modell des Systems. Schreiben Sie alle zum Modell gehörigen Gleichungen dazu. [2.5 P.]

c. Nehmen Sie als zeitlichen Anfangspunkt Ihrer Betrachtungen einen Moment, in dem das Öl 30 cm hoch im Tank steht. Berechnen Sie für diesen Moment den Volumenstrom des Öls durch den Schlauch. [2.5 P.]

d. Berechnen Sie, wie hoch das Öl nach längerer Zeit im Tank stehen wird. Erklären Sie das Ergebnis mit Worten (beziehen Sie sich dabei auf die Gleichungen Ihres Modells). [2.5 P.]

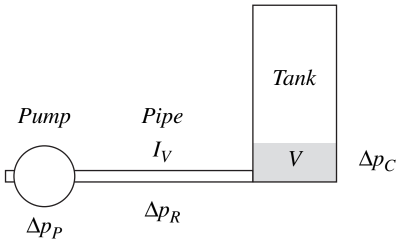
e. Zeichnen Sie das Füllhöhe-Zeit Diagramm so genau wie möglich mit konkreten Zahlen auf den Achsen. [2.5 P.]

f. Zeichnen Sie in das letzte Diagramm so genau wie möglich die Höhe als Funktion der Zeit für den Fall, dass der Tank nur die halbe Querschnittsfläche hat. Begründen Sie Ihre Antwort. (Das Anfangsniveau ist wie vorher wieder 30 cm.) [1 P.]

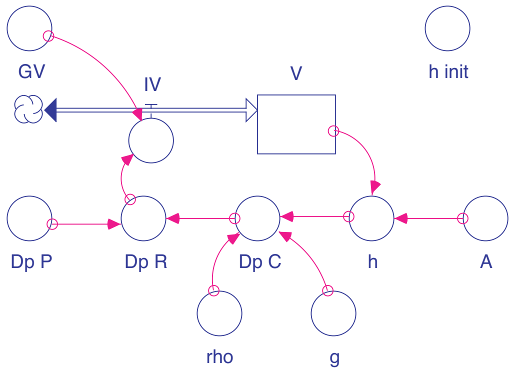
Solutions

Filling a tank with oil

a. Situation sketch:



b. Model.:



dV/dt = IV
INIT V = A*h_init

IV = GV*Dp_R
h = V/A
Dp_C = rho*g*h
Dp_R = Dp_P – Dp_C
Dp_P = 0.15e5

g = 10
A = 0.10
GV = 1e-7
rho = 1000
h_init = 0.30

c. Initial current:

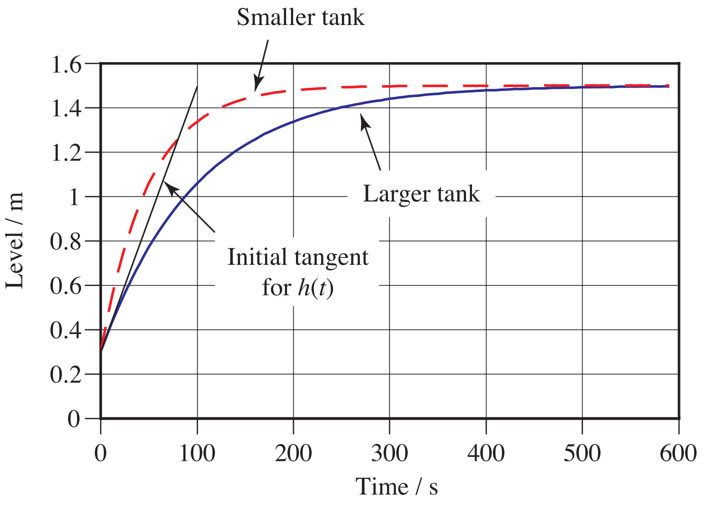
$$
\begin{aligned}
I_V &= G_V \Delta p_R \\
\Delta p_R &= \Delta p_P - \Delta p_C = 0.15 \cdot 10^5 \,\mathrm{Pa} - 1000 \cdot 10 \cdot 0.30 \,\mathrm{Pa} = 12 \,\mathrm{kPa} \\
I_V &= 1.0 \cdot 10^{-7} \cdot 12 \cdot 10^3 \,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}} = 1.2 \cdot 10^{-3} \,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}
\end{aligned}
$$

d. Final level: When the final level is reached, the flow has stopped, so $\Delta p_R = 0$. This means that the final level leads to a pressure difference in the tank that is equal to the pressure difference set up by the pump:

$$
\begin{aligned}
\Delta p_{C,final} &= \Delta p_P \\
\Delta p_{C,final} &= \rho g h_{final} \\
h_{final} &= \frac{\Delta p_{C,final}}{\rho g} = \frac{\Delta p_P}{\rho g} = \frac{0.15 \cdot 10^5}{1000 \cdot 10} \,\mathrm{m} = 1.5 \,\mathrm{m}
\end{aligned}
$$

e. and f. The final height and the initial rate of change of the height allow us to sketch h(t). The initial rate of change of height is obtained from the initial rate of change of volume:

$$
\dot{V}(0) = I_V(0) = 1.2 \cdot 10^{-3} \,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}} \quad \Rightarrow \quad \dot{h}(0) = \frac{1}{A} \dot{V}(0) = 1.2 \cdot 10^{-2} \,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}
$$



Smaller tank
Larger tank
Initial tangent
for $h(t)$
Level / m
Time / s
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2
1.4
1.6
0
100
200
300
400
500
600