

Physik und Systemwissenschaft

End of Semester Exam, January 2011

Erstes Semester Wirtschaftsingenieurwesen, ZHAW, WI10

Allgemeine Bemerkungen

Antworten müssen begründet und nachvollziehbar sein.

Erlaubte Hilfsmittel: **Bücher und persönlich verfasste Zusammenfassung.**
Rechen- und Schreibzeugs.

Bitte lösen Sie **jede Aufgabe auf einem separaten Blatt**. Die Blätter für Aufgaben 1-4, 5 und 6 müssen je separat abgegeben werden!

Schreiben Sie jedes Blatt an (Name, Datum, Prüfung, Nummer der Aufgabe).

Geben Sie die Aufgabenblätter mit Ihren Lösungen ab. Schreiben Sie die Aufgabenblätter mit Ihrem Namen an.

Punkteverteilung:

Augaben 1-4: 14

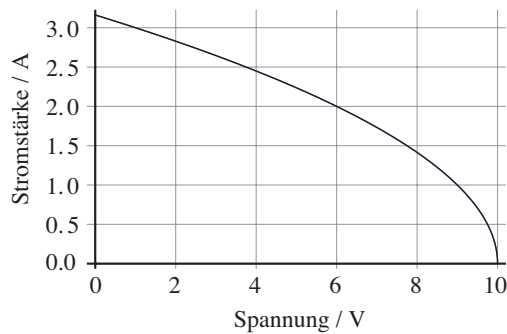
Augabe 5: 13

Augabe 6: 13

1. Welche der folgenden Aussagen sind richtig? [2 P.]

Aussage	Richtig	Falsch
Das hydrodynamische Pendant zur elektrischen Kapazität, die hydraulische Kapazität eines zylindrischen Gefäßes ist proportional zu dessen Grundfläche und hängt nicht von der Höhe des Zylinders ab.		
5 gleiche, in Serie geschaltete Kondensatoren mit Kapazität von je 2 F können durch einen Kondensator mit Kapazität 10 F ersetzt werden.		
Die Charakteristik eines PV-Panels kann durch einen konstanten Innenwiderstand beschrieben werden.		
Strommessgeräte werden idealerweise parallel zu den zugehörigen Verbrauchern geschaltet, um möglichst wenig Strom abzuzapfen.		

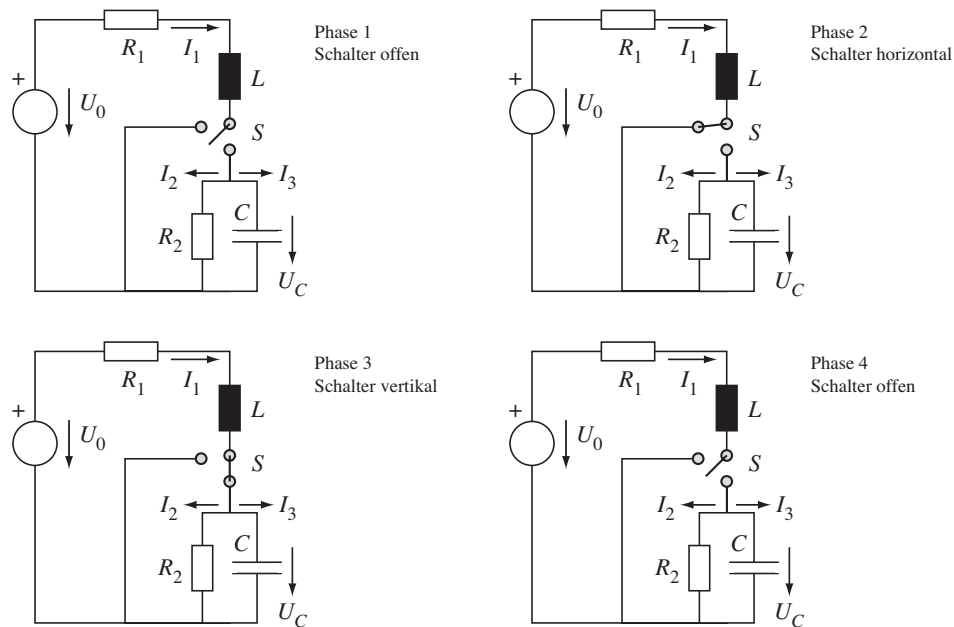
2. In der unten gezeigten Figur sehen Sie die Spannungs-Strom Charakteristik einer realen Spannungsquelle. Ungefähr bei welcher Spannung ist die elektrische Leistung der Spannungsquelle maximal? Beschreiben Sie Ihr Vorgehen und bestimmen Sie Spannung und maximale Leistung! [2 P.]



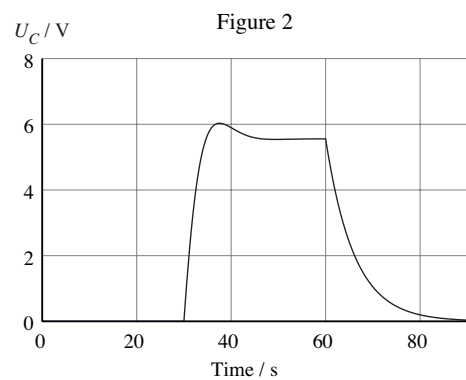
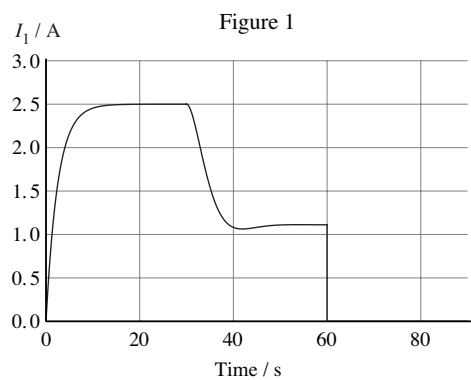
3. Erläutern Sie, warum eine Taschenlampenbatterie auch wenn sie mit einem idealen Leiter kurzgeschlossen würde, nur einen endlich grossen Strom antreibt. Hinweis: Verwenden Sie das Konzept des Innenwiderstandes und der Leerlaufspannung. [1 P.]

4. Sie untersuchen eine Schaltung und berechnen die Werte einiger Systemgrößen aus den Zeitdiagrammen von Strömen und Spannungen eines Kondensators. (Das zeitliche Verhalten ergibt sich aus den Eigenschaften der elektronischen Komponenten und der Abfolge von vier, durch einen Schalter charakterisierte Phasen).

Die vier Phasen entsprechen folgenden Schaltungen:



Phase 1 bezeichnet die Zeit vor $t = 0$ s. Bei $t = 0$ s wird der Schalter in die horizontale Stellung gebracht, und die zweite Phase beginnt. Bei $t = 30$ s wird der Schalter in die vertikale Position gedreht (Phase 3). Bei $t = 60$ s wird der Schalter wieder geöffnet, die vierte Phase beginnt.



Folgende Systemgrößen sind bekannt: $R_1 = 4.0$ Ohm, $R_2 = 5.0$ Ohm, $U_0 = 10$ V. Weder Strom noch Spannung werden je negativ, ab $t = 60$ s ist I_1 null, bis $t = 30$ s ist U_C gleich null.

- a. In der zweiten Phase, von $t = 0$ s bis $t = 30$ s ist der Schalter geschlossen und Ladung kann fließen. Welche der folgenden Aussagen ist richtig? (Alle Aussagen beziehen sich auf Fig.1) [2 P.]

Aussage	Richtig	Falsch
Wenn R_1 vergrößert wird, würde der Strom bei $t = 29$ s kleiner werden.		
Wenn L verdoppelt würde, würde der Strom bei $t = 29$ s doppelt so gross werden.		
Wenn L verdoppelt würde, würde der Strom bei $t = 29$ s halb so gross werden.		
Wenn R_1 vergrößert würde, würde das System sich dem stationären Zustand (dem Zustand mit konstantem Strom) schneller nähern.		

- b. Aus welcher Phase brauchen Sie Werte für Strom und/oder Spannung, um die Grösse der Kapazität abzuschätzen? Wie gross ist die Kapazität des Kondensators ungefähr? Begründen Sie Ihre Schätzung. [2 P.]
- c. Wie gross ist die elektrische Leistung des Widerstandes R_2 bei $t = 59$ s? Berechnen Sie diese Leistung auf zwei Arten: Erstens mit Hilfe der Werte in den Figuren 1 und 2 und zweitens ohne Bezug auf Messwerte rein aus den bekannten Systemgrössen. [2 P.]
- d. Wie würde sich die elektrische Leistung des Widerstandes R_2 bei $t = 59$ s ändern, wenn die Induktivität halbiert würde? Begründen Sie Ihre Antwort. [1 P.]
- e. Skizzieren Sie das Diagramm (Flowchart) für ein Modell zur Berechnung des Stroms I_1 für die zweite Phase von $t = 0$ s bis $t = 30$ s. Zeichnen Sie dabei alle relevanten Grössen ein und geben Sie einen formalen Ausdruck für die Änderungsrate von I_1 . [2 P.]

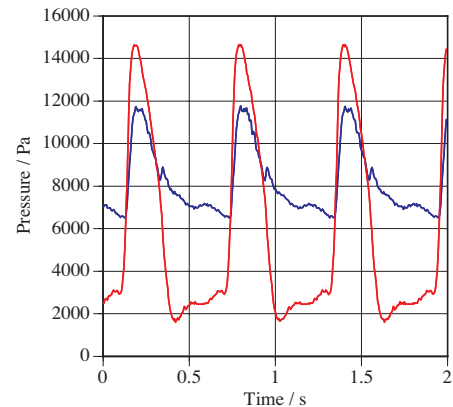
5. Sie sollen ein Anschauungsexperiment für die Funktionsweise der Aorta von Säugetieren entwerfen. Im Labor haben Sie dazu eine Pumpe, ein ideales Rückschlagventil, ein zylindrisches Gefäß, Schläuche und Speiseöl.

(Bemerkung: Es geht nicht um biologische Einzelheiten sondern darum, ein hydraulisches Windkessel-System zu entwerfen, das in seinem zeitlichen Verhalten Ähnlichkeiten mit dem Blutkreislauf zeigt.)

- Die Pumpe lässt sich nur an- und ausschalten. Wenn sie angeschaltet ist, setzt sie eine vom Volumenstrom unabhängige Druckdifferenz von 5000 Pa auf.
- Das Gefäß hat einen Querschnitt von 0.010 m^2 .
- Die Schläuche können auf beliebige Länge zurecht geschnitten werden. Sie weisen einen Strömungswiderstand von $1.0 \cdot 10^8 \text{ Pa} \cdot \text{s} / \text{m}^3$ pro Meter Länge auf. (Dieser Wert gilt für das Speiseöl.)
- Nehmen Sie eine Dichte von $1000 \text{ kg} / \text{m}^3$ für das Öl.

Das Experiment soll auf der einen Seite einfach sein, auf der anderen Seite sollen wichtige analoge Größen genügend Ähnlichkeit mit einem realen Verlauf haben (für einen realen Verlauf der relevanten Drücke siehe die Daten von einem Schaf).

- Machen Sie eine Situationsskizze des Systems, das Sie bauen, geben Sie für Berechnungen relevante Größen an, und skizzieren sie das Diagramm (Flowchart) eines Systemdynamischen Modells, mit dem das System modelliert werden kann. [2.5 P.]
- Im Experiment soll die Periode 2.5 Minuten betragen. Zeichnen Sie ein Zeit-Diagramm für die von der Pumpe aufgesetzte Druckdifferenz. Die Pumpe soll in jeder Periode nur einmal an- und wieder ausgeschaltet werden. [1.5 P.]
- Zeichnen Sie nun in das Diagramm aus Aufgabe b den Druck des Öls im Tank als Funktion der Zeit und zwar so, dass die Kurve in der Form und relativ zum Pumpendruck in etwa dem Aortadruck beim Schaf entspricht. Wie lang müssen Sie die Schläuche machen, damit Sie im Experiment den von Ihnen gewünschten Kurvenverlauf erhalten? Erklären Sie Ihre Annahmen und Ihre Berechnung. [5 P.]
- Erklären Sie mit Worten, Graphen und Gleichungen so genau und klar wie möglich, wie Sie den bei diesem Experiment auftretenden Energiebedarf der Pumpe pro Zyklus berechnen würden. Machen Sie eine grobe numerische Schätzung dieses Energieaufwands unter der Annahme, die Pumpe arbeite ideal. [4 P.]



Druck des Blutes eines Schafes in der linken Herzkammer und in der Aorta als Funktionen der Zeit.

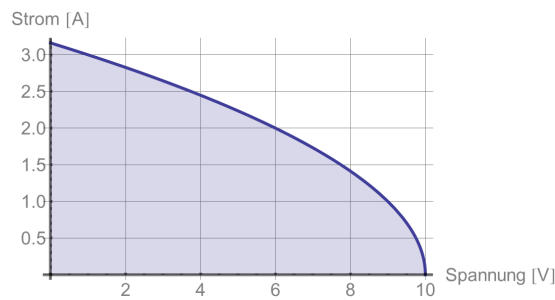
6. In einem Reaktor reagieren zwei Stoffe A und B zu einem Stoff C. Dieser zerfällt anschließend zu einem weiteren Stoff D. Die Bildung von C aus A und B ist eine Reaktion 2. Ordnung, der Zerfall von C ist 1. Ordnung. Alle Reaktionen verlaufen vollständig und während des Betriebs des Reaktors finden keine Zu- oder Abflüsse von Stoffen statt. Gehen Sie davon aus, dass sich am Anfang je 10 Mol von A und B und keine Substanz C und D im Reaktor befinden und dass das Arbeitsvolumen des Reaktors 50 Liter beträgt.
- Formulieren Sie die augenblicklichen Stoffmengenbilanzen für alle beteiligten Stoffe, und setzen Sie die Reaktionsraten in diese Gleichungen ein (d.h., formulieren Sie die Differentialgleichungen für die Veränderung der vier Stoffmengen). [3 P.]
 - Skizzieren Sie das Diagramm (Flowchart) eines Systemdynamik-Modells. Alle für eine Simulation notwendigen Systemelemente und Systemparameter sollten in der Skizze vorkommen. [1 P.]
 - Skizzieren Sie qualitativ die zeitliche Entwicklung der Mengen aller beteiligten Stoffe für den Fall, dass die Ratenkonstanten der Bildungs- und Vernichtungsreaktionen nicht Null sind. [1.5 P.]
 - Unmittelbar nach dem Start der Reaktion beträgt die Änderungsrate der Stoffmenge von Substanz A etwa -0.4 mol/min . Schätzen Sie einen Zahlenwert für die Ratenkonstante der Bildungsreaktion von Substanz C ab. Geben Sie Ihren Schätzwert für die Ratenkonstante in SI-Einheiten an. [2 P.]
 - Nach rund 25 Minuten haben die Stoffmengen von A und B auf etwa die Hälfte Ihrer Anfangswerte abgenommen. Die Stoffmenge von Substanz C beträgt zu diesem Zeitpunkt etwa 3.2 Mol und hat gerade das Maximum erreicht. Schätzen Sie einen Zahlenwert für die Ratenkonstante der Zerfallsreaktion von C ab. Geben Sie Ihren Schätzwert für die Ratenkonstante in SI-Einheiten an. [1.5 P.]
 - Gehen Sie jetzt davon aus, dass dem Reaktor pro Minute je 0.01 Mol von Substanz A und Substanz B zugeführt werden.
 - Mit welcher Rate muss Substanz D aus dem System entfernt werden, damit sich im Reaktor ein dynamisches Gleichgewicht einstellen kann? Begründen Sie Ihre Aussage. [1.5 P.]
 - Berechnen Sie rein algebraisch (ohne Zahlenwerte) die Stoffmengen der Substanzen A, B und C im Gleichgewicht. Hinweis: Die Stoffmenge von D kommt in den vier Differentialgleichungen nicht vor und hängt von den anfänglich vorgelegten Mengen von A und B sowie von den Mengen von A oder B und C im Gleichgewicht ab. Sie müssen die Stoffmenge von D nicht berechnen. [2.5 P.]

Solutions

1.

Aussage	Richtig	Falsch
Das hydrodynamische Pendant zur elektrischen Kapazität, die hydraulische Kapazität, eines zylindrischen Gefässes ist proportional zu dessen Grundfläche und hängt nicht von der Höhe des Zylinders ab.	x	
5 gleiche, in Serie geschaltete Kondensatoren mit Kapazität von je 2 F können durch einen Kondensator mit Kapazität 10 F ersetzt werden.		x
Die Charakteristik eines PV-Panels kann durch einen konstanten Innenwiderstand beschrieben werden.		x
Strommessgeräte werden idealerweise parallel zu den zugehörigen Verbrauchern geschaltet, um möglichst wenig Strom abzuzapfen.		x

2. $P_{el} = U \cdot I \cdot Q$. Die Berechnung einiger Datenpunkte sollte einen Wert in der Nähe von 6.6 V liefern. (Alles zwischen 5 und 9 Volt sollte als richtig angerechnet werden.)



3. Wenn wir die Batterie kurzschliessen, haben wir einen Stromkreis mit einer Spannungsquelle und dem Innenwiderstand, also

$$I_{Q, \text{Kurzschluss}} = \frac{U_0}{R_i}$$

4. Elektrische Schaltung

a.

Aussage	Richtig	Falsch
Wenn R_1 vergrößert wird, würde der Strom bei $t = 29$ s kleiner werden.	x	
Wenn L verdoppelt würde, würde der Strom bei $t = 29$ s doppelt so gross werden.		x

Aussage	Richtig	Falsch
Wenn L verdoppelt würde, würde der Strom bei $t = 29$ s halb so gross werden.		x
Wenn R_1 vergrößert würde, würde das System sich dem stationären Zustand (der Zustand mit konstantem Strom) schneller nähern.	x	

b. Phase 4: Entladen des Kondensators. Die Zeitkonstante kann aus der vierten Phase auf ungefähr 6 s geschätzt werden. Mit dem Wert von R_2 und τ ergibt sich eine Kapazität $C = 1.2$ F.

c.

Erste Methode. Bei $t = 59$ s haben wir einen stationären Zustand (die Stromstärke ändert nicht mehr, U_C ändert nicht mehr), was heisst, dass $U_L = 0$ V, $I_{Q2} = I_{Q1}$ (weil $I_{Q3} = 0$). Zudem ist $U_{R2} = U_C$. Wir haben ungefähr $I_Q = 1.1$ A und $U_C = 5.5$ V, also $P_{UR2} = 6$ W.

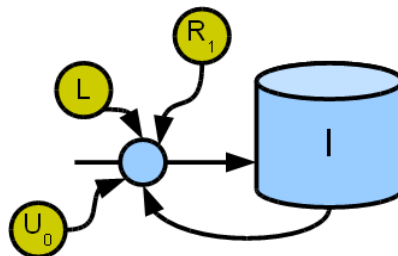
Zweite Methode:

$$I_{Q1} = \frac{U_0}{R_1 + R_2}$$

$$P_{R2} = R_2 I_{Q1}^2 = R_2 \frac{U_0^2}{(R_1 + R_2)^2} = 5.0 \cdot \frac{10^2}{9.0^2} \text{ W} = 6.2 \text{ W}$$

d. Es ändert sich nichts am vorhergehenden Resultat. Halbierung von L bedeutet nur, dass der stationäre Zustand schneller erreicht wird.

e.



$$\frac{dI_{Q1}}{dt} = \frac{1}{L} U_L$$

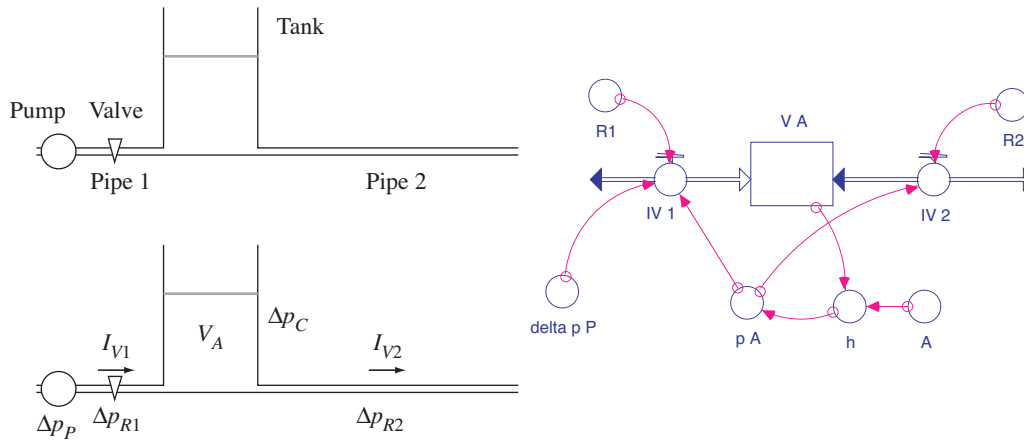
$$U_L = U_0 - U_{R1}$$

$$U_{R1} = R_1 I_{Q1}$$

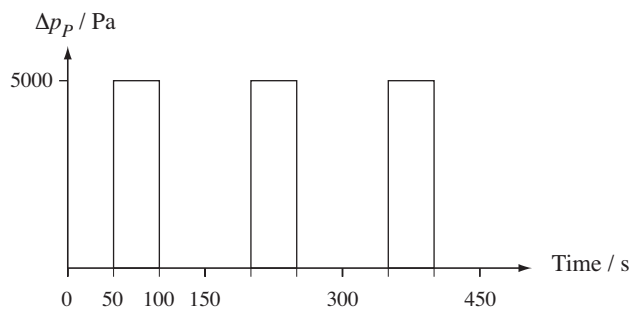
$$\Rightarrow \frac{dI_{Q1}}{dt} = \frac{1}{L} (U_0 - R_1 I_{Q1})$$

5. Hydraulic windkessel experiment

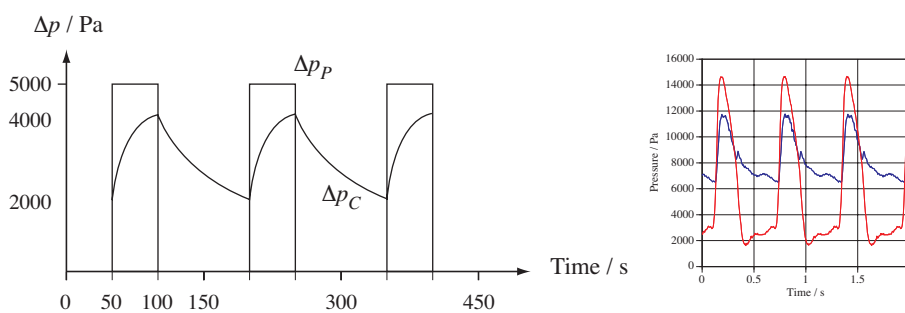
a.



b. According to the pressure data for the sheep, the pressure in the left ventricle is higher than the pressure in the aorta for about 1/3 of each period. Therefore, the pump should be on for about 1/3 of each period (one period equals 150 s):



c. When the pump is off, the pressure in the tank should decrease from about 4000 Pa to about 2000 Pa (when the pump is on, it should rise from 2000 Pa to 4000 Pa):



During off-phase, oil only flows out of the tank. We assume constant resistance and capacitance which means the pressure function in the tank is an exponential function. This means that the half-time (time to decrease to half the initial value) during off-phase is about 100 s, which means that the time constant is about 140 s. During this phase, the time constant is related to CV and R2 only:

$$\begin{aligned}\tau_2 &= C_V R_2 \\ C_V &= \frac{A_T}{\rho g} \\ \Rightarrow R_2 &= \frac{\tau_2}{C_V} = \frac{\tau_2 \rho g}{A_T} = \frac{140 \cdot 1000 \cdot 10 \text{ Pa} \cdot \text{s}}{0.010 \text{ m}^3} \\ &= 1.4 \cdot 10^8 \frac{\text{Pa} \cdot \text{s}}{\text{m}^3}\end{aligned}$$

Therefore, the long hose should be made about 1.4 m long. The shorter should be made about 10 times shorter, roughly 15 cm. (The pressure rises about 10 times faster during on-time than it decreases during off-time.)

d. The power of the pump is calculated according to

$$\mathcal{P}_p = \Delta p_p I_{V1}$$

which applies only to on-time when $\Delta p_p = \text{constant}$. Therefore, the amount of energy needed by the pump equals

$$W_p = \Delta p_p V_{in}$$

where V_{in} is the volume of oil transferred into the tank during one period of pump on-time. The amount of oil transferred equals

$$V_{in} = \bar{I}_{V1} \Delta t, \quad \bar{I}_{V1} = \text{average current}, \quad \Delta t = 50 \text{ s}$$

and

$$\bar{I}_{V1} = \frac{1}{R_1} (\Delta p_{R1})_{av} = \frac{1}{R_1} (\Delta p_p - \Delta p_C)_{av}$$

where the index *av* means *average*. The average difference of Δp_p and Δp_C is about 2000 Pa. R_1 was estimated to be about $1.4 \cdot 10^7 \text{ Pa} \cdot \text{s} / \text{m}^3$. Therefore, the energy needed by the pump per cycle is roughly $5000 \cdot 1 / (1.4 \cdot 10^7) \cdot 2000 \cdot 50 \text{ J} \approx 30 \text{ J}$.

Aufgabe 3

a)

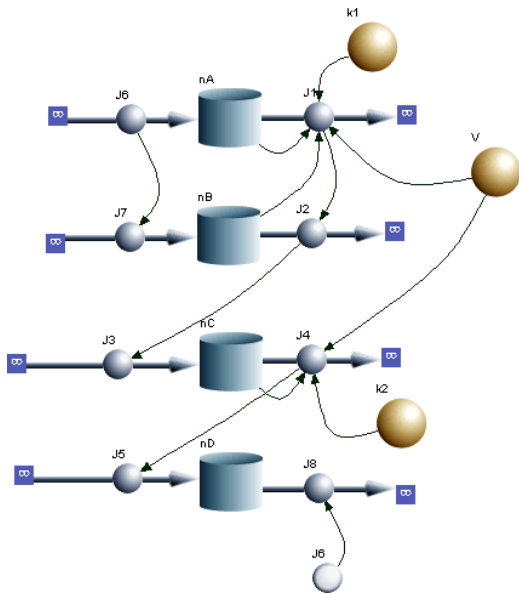
$$\frac{dn_A}{dt} = -Vk_1 \frac{n_A n_B}{V}$$

$$\frac{dn_B}{dt} = -Vk_1 \frac{n_A n_B}{V}$$

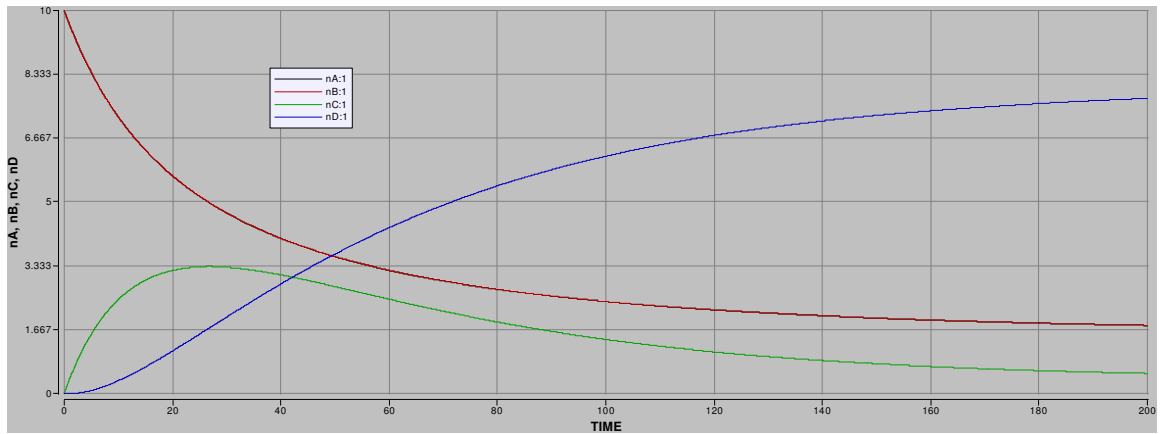
$$\frac{dn_C}{dt} = Vk_1 \frac{n_A n_B}{V} - Vk_2 \frac{n_C}{V}$$

$$\frac{dn_D}{dt} = Vk_2 \frac{n_C}{V}$$

b)



c)



d)

$$\frac{dn_A}{dt} = -Vk_1 \frac{n_A n_B}{V}$$

$0 \leftarrow t :$

$$\frac{dn_A}{dt} \approx -0.4 \frac{\text{mol}}{\text{min}} \approx -Vk_1 \frac{n_A n_B}{V} \Rightarrow k_1 \approx \frac{0.4 \cdot 50}{10 \cdot 10} \frac{\text{mol} \times \text{L}}{\text{min} \times \text{mol} \times \text{mol}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \cdot \frac{1}{1000} \frac{\text{m}^3}{\text{L}} \approx 3.33 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{mol} \times \text{s}}$$

e)

$$\frac{dn_C}{dt} = Vk_1 \frac{n_A n_B}{V} - Vk_2 \frac{n_C}{V}$$

$t \approx 25 \text{ min} :$

$$\frac{dn_C}{dt} = 0 \Rightarrow k_2 \approx \frac{5 \cdot 5 \cdot 3.33 \cdot 10^{-6}}{3.2 \cdot 50} \frac{\text{mol} \times \text{mol} \times \frac{\text{m}^3}{\text{mol} \times \text{s}}}{\text{mol} \times \text{L}} \cdot 1000 \frac{\text{L}}{\text{m}^3} \approx 5.21 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{s}}$$

f)

a.

Im dynamischen Gleichgewicht muss pro Mol A und B, die zugeführt werden, ein Mol C und schliesslich ein Mol D entstehen. Weil D nicht weiter umgewandelt wird, wie die anderen Substanzen, muss es mit derselben Rate abgeführt werden, wie A und B zugeführt werden, also mit 0.01 mol/min.

b.

$$n_A^* = \frac{I_{in} V}{k_1 n_B^*}$$

$$n_C^* = \frac{I_{in}}{k_2}$$