Natur, Technik, Systeme

Test, April 2011

Zweites Semester WI10

Erlaubte Hilfsmittel: Bücher und persönlich verfasste Zusammenfassung. Rechen- und Schreibzeugs.

Antworten müssen begründet und nachvollziehbar sein.

Kraftwerk

Ein thermisches Kraftwerk wird mit der Entropie aus heissem Öl betrieben. Sie sollen ein vereinfachtes stationäres Modell der Funktion des Kraftwerks erstellen. Das zum Kraftwerk fliessende Öl hat eine Temperatur von 620 K; es fliesst bei 580 K zurück an den Brenner. Nehmen Sie an, die Entropie für die Wärmekraftmaschine werde bei der mittleren Temperatur T_m vom Öl abgegeben. Das Öl hat eine konstante spezifische Entropiekapazität von 8.0 J/(K^{2}kg).

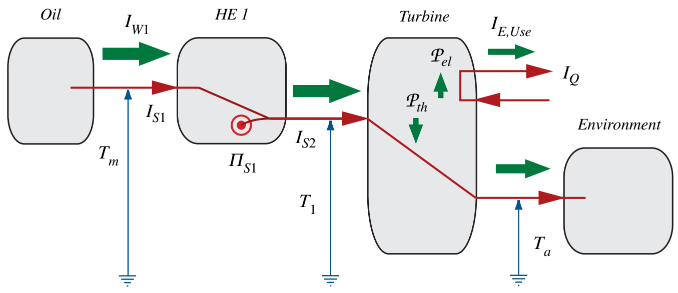
Das Kraftwerk besteht aus einem Wärmetauscher mit einem Entropieleitwert von $1.0 \cdot 10^3$ W/K^2 und einer Dampfturbine. (Der Wärmetauscher zwischen Dampfturbine und Umwelt ist perfekt: dort gibt es keine Temperaturdifferenz zur Umwelttemperatur von T_a = 300 K.) Die Entropie kommt bei T_1 = 450 K in die Dampfturbine.

a. Skizzieren Sie ein Prozessdiagramm für die Anlage. Schreiben Sie die für Ihre Überlegungen wichtigen Grössen an. [2 P]
b. Wie gross wird der Entropiestrom aus dem Öl durch den oberen Wärmetauscher? Wie gross ist die Entropieproduktionsrate im Wärmetauscher? [2.5 P.]
c. Wie gross muss der Massenstrom des Öls sein, damit die Anlage so betrieben werden kann? [2.5 P.]
d. Bestimmen Sie die Leistung des Kraftwerks. Nehmen Sie an, die Turbine arbeite ideal. [2 P.]
e. Wie gross wäre die Leistung des Kraftwerks, wenn die Entropie bei 600 K in die Turbine käme? Wenn die Entropie bei 300 K in die Turbine käme? [1.5 P.]
f. Benutzen Sie die Ergebnisse aus d und e, um die Leistung des Kraftwerks als Funktion von T_1 zu skizzieren. Erklären Sie Ihr resultat. [1.5 P.]
g. [Zusatzaufgabe, 4 P] Bestimmen Sie die Leistung des Kraftwerks formal als Funktion des Parameters T_1, inklusive Nullstellen, Maxima oder Minima.

Solutions

Power plant

a.



b. The conductance of the heat exchanger and the temperature difference determine the flow of entropy:

$$I_{S1} = G_S(T_m - T_1) = 1.0 \cdot 10^3 \cdot (600 - 450)\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{K}} = 1.5 \cdot 10^5 \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{K}}$$

This flow and the temperatures are used to calculate the entropy production rate:

$$\Pi_{S1} = \frac{1}{T_1}(T_m - T_1)I_{S1} = \frac{150}{450} 1.5 \cdot 10^5 \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{K}} = 0.5 \cdot 10^5 \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{K}}$$

c. Convective entropy entropy transfer. The difference of the convective entropy currents with the oil entering and leaving the power plant equals the entropy transferred to the plant:

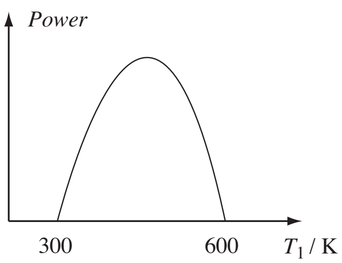
$$I_{S1} = k_S\left(T_{oil,high} - T_{oil,low}\right)I_m$$

$$I_m = \frac{I_{S1}}{k_S\left(T_{oil,high} - T_{oil,low}\right)} = \frac{1.5 \cdot 10^5}{8.0 \cdot (620 - 580)}\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}} = 470\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}$$

d. Power of the power plant is determined by the entropy current entering the steam turbine and the temperature difference available to the turbine:

$$\mathcal{P} = (T_1 - T_a)I_{S2} = (T_1 - T_a)(I_{S1} + \Pi_{S1})$$
$$= (450 - 300)\left(1.5 \cdot 10^5 + 0.5 \cdot 10^5\right)\mathrm{W} = 30\,\mathrm{MW}$$

e and f. When T_1 = 600 K, the entropy current through the upper heat exchanger equals zero which makes the power equal to zero. If T_1 = 300 K, the entropy current is highest, but the temperature difference for the turbine is zero making the power equal to zero. The power should therefore have a maximum somewhere between 300 K and 600 K.



g. Introduce the expressions found in b into the expression for the power:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{P} &= \left(T_1 - T_a\right) I_{S2} = \left(T_1 - T_a\right)\left(I_{S1} + \Pi_{S1}\right) \\
&= \left(T_1 - T_a\right)\left[G_S\left(T_m - T_1\right) + \frac{1}{T_1}\left(T_m - T_1\right) I_{S1}\right] \\
&= \left(T_1 - T_a\right)\left[G_S\left(T_m - T_1\right) + \frac{1}{T_1}\left(T_m - T_1\right) G_S\left(T_m - T_1\right)\right] \\
&= \left(T_1 - T_a\right) G_S\left(T_m - T_1\right)\left[1 + \frac{1}{T_1}\left(T_m - T_1\right)\right] \\
&= G_S\left(T_1 - T_a\right)\left(T_m - T_1\right)\frac{T_m}{T_1} \\
&= G_S\left[T_m + T_a - T_1 - \frac{T_m T_a}{T_1}\right]
\end{aligned}
$$

This function has zeros at T1 = Tm and T1 = Ta. It has a maximum at

$$
\begin{aligned}
&\frac{d\mathcal{P}}{dT_1} = 0 \\
&\frac{d}{dT_1}\left\{G_S\left[T_m + T_a - T_1 - \frac{T_m T_a}{T_1}\right]\right\} = G_S T_m\left[-1 + \frac{T_m T_a}{T_1^2}\right] = 0 \\
&T_{1,\max} = \sqrt{T_m T_a}
\end{aligned}
$$