

**ASSESSMENTPRÜFUNG 2010**

Blatt 1

Studiengang: WI  
Jahr: 2010  
ExpertInnen:

Klassen: WI09a,b,c,t

Datum: 25.8.2010

Lehrer: Fusa, Hsng, Bilp, Lanz

Zeit: 14:00 – 17:00

**SCHRIFTLICHE PRÜFUNG IN PHYSIK UND SYSTEMWISSENSCHAFT**

**ERLAUBTE HILFSMITTEL:** Eigene Zusammenfassung und Bücher, Taschenrechner

1. Betrachten Sie die Differentialgleichung

$$\ddot{x} = -\frac{1}{2}x$$

- Schreiben Sie die Differentialgleichung mit zwei Gleichungen 1. Ordnung. [1 P]
  - Zeichnen Sie den Flowchart eines systemdynamischen Modells, mit dem Sie die Dynamik von  $x(t)$  simulieren können. Geben Sie alle Speicher, Flüsse und Parameter an und auch die jeweiligen mathematischen Ausdrücke für diese Elemente. [1 P]
  - Skizzieren Sie die Trajektorie (im Zustandsraum des Systems), welche dem Anfangswertproblem mit Anfangsbedingungen  $x(t=0) = 1$  und  $\dot{x}(t=0) = 0$  entspricht. [1 P]
  - Skizzieren Sie das Vektorfeld des Systems im Bereich  $-1 \leq x \leq 1$  und  $-1 \leq \dot{x} \leq 1$ . [2 P]
  - Verändern Sie die Differentialgleichung so, dass der Punkt  $(x = 0, \dot{x} = 0)$  zu einem asymptotisch stabilen Gleichgewichtspunkt wird. [1 P]
2. In einem Reaktor läuft die Reaktion  $A \rightarrow B$  als vollständige Reaktion 1. Ordnung ab. Das Lösungsmittel für die Reaktion ist Wasser. Sie können annehmen, dass sich sowohl das Edukt als auch das Produkt in Wasser sofort auflösen und räumlich homogen verteilen.

**Verteiler**

Kandidaten:  
Archiv:  
ExpertInnen:

nach Schluss der Prüfung an Dozierende zurück  
je ein Exemplar pro Abteilung z.H. Archiv

Der Reaktor besitzt einen Zufluss, in dem Wasser und das darin gelöste Edukt zugeführt werden und einen Abfluss, der Wasser und die gelösten Edukte und Produkte abführt. Nehmen Sie an, dass es im Zu- und Abfluss keine Reaktionen gibt. Ausserdem entsprechen die Konzentrationen von Edukt und Produkt im Abfluss jederzeit denen im Reaktor. Hinweis: obwohl die Reaktion  $A \rightarrow B$  vollständig abläuft (alle Substanz A aufgebraucht wird, wenn man genügend lange wartet), kann im Abfluss dennoch Substanz A abfliessen. Dies ist dann der Fall, wenn das Wasser im Reaktor durch den Zu- und Abfluss so rasch ausgetauscht wird, dass der Reaktion nicht genügend Zeit bleibt, um vollständig abzulaufen.

- a. Geben Sie die Differentialgleichung für die Dynamik des Wasservolumens  $V$  im Reaktor an. Bezeichnen Sie die Zu- und Abflüsse von Wasser mit  $I_{V,in}$  und  $I_{V,out}$ . [1 P]
  - b. Geben Sie die Differentialgleichung für die Dynamik der Stoffmenge  $n_A$  von A im Reaktor an. Bezeichnen Sie die Konzentration des Edukts im Zufluss mit  $c_{A,in}$  und die Reatenkonstante der Reaktion mit  $k$ . [1.5 P]
  - c. Geben Sie die Differentialgleichung für die Dynamik der Stoffmenge  $n_B$  von B im Reaktor an. [1.5 P]
  - d. Nehmen Sie an, dass gilt  $I_{V,in} = I_{V,out} > 0$  und berechnen Sie algebraisch die Stoffmengen von A und B im Gleichgewicht. Warum braucht es die Bedingung  $I_{V,in} = I_{V,out}$ , damit das System im Gleichgewicht sein kann? [1.5 P]
  - e. Wie müssen Sie den Reaktor betreiben, um im Gleichgewicht im Ausfluss möglichst viel Produkt und möglichst wenig Edukt zu bekommen? Drücken Sie die notwendige Bedingung mathematisch aus und begründen Sie. [1.5 P]
3. Man sagt, grössere Tiere könnten im kälteren Klima leichter überleben als kleine Tiere. Wenn man einen Pinguin als *homogene* Kugel mit Radius  $r$  und Dichte  $\rho$  modelliert, so erhält man die Formel

$$\Delta t = \frac{e p \rho}{3 h \Delta T} r$$

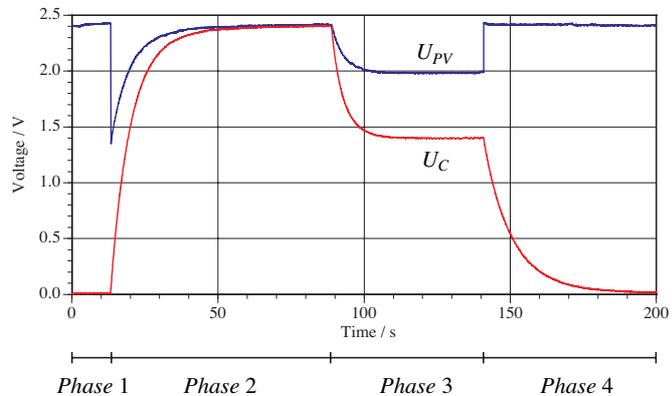
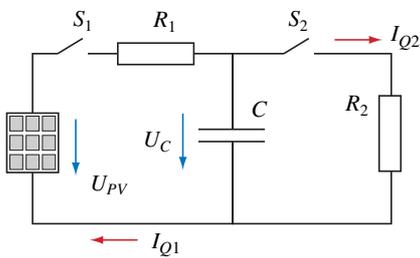
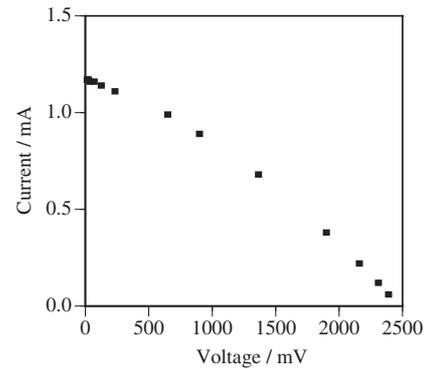
für die Zeitspanne  $\Delta t$ , die das Tier durch das Verbrennen seines Fettes überlebt (d.h. die Innentemperatur halten) kann. Dabei ist  $e$  die pro Kilogramm Fett freigesetzte Energie,  $p$  der Bruchteil von Fett am Körpergewicht,  $h$  der Wärmedurchgangskoeffizient vom Innern des Körpers an die Umwelt und  $\Delta T$  die (mittlere) Temperaturdifferenz zwischen Körper und Umwelt.

- a. Leiten Sie die Gleichung her. (Annahme: der Radius des Tieres und seine Masse ändern sich trotz der Verbrennung von Fett nicht.) [2.5 P]
- b. Wenn Sie annehmen, dass die Faktoren für grosse und kleine Tiere gleich sind, sind dann grosse Tiere punkto Dauer, in der sie in der Kälte überleben können, im Vorteil? [0.5 P]

- c. Nehmen Sie an, dass ein grosser Kaiserpinguin einer Kugel mit Radius 0.20 m entspricht, und dass pro Kilogramm Fett 40 MJ Energie freigesetzt werden können. Nehmen Sie eine Dichte von  $1000 \text{ kg/m}^3$ , 30% Fett, 80 K Temperaturdifferenz. Welchen Wert muss der Wärmedurchgangskoeffizient haben, damit das Tier 70 Tage lang ohne Nahrungsaufnahme in dieser Kälte überlebt? [1 P]
- d. Wenn Sie annehmen, dass der Wärmedurchgangskoeffizient von der Grösse des Tieres abhängt (wie könnte man das erklären?), sind dann grosse Tiere noch mehr im Vorteil? Oder weniger? [1 P]

4. Ein Kondensator wird mit einem kleinen Photovoltaik-Panel aufgeladen und über einen Lastwiderstand ( $R_2$ ) entladen (siehe Diagramm der Schaltung). In der Schaltung hat es in jeder Schlaufe einen Schalter ( $S_1$  und  $S_2$ ). Mit der Schaltung wurde ein Experiment (in vier Phasen) durchgeführt, bei dem die Spannungen über dem PV-Panel und dem Kondensator als Funktionen der Zeit über eine Spanne von 200 s gemessen wurden (siehe Diagramm unten). Gleichzeitig wurde die Stromstärke-Spannungs-Charakteristik des Panels ausgemessen (nebenstehendes Diagramm).

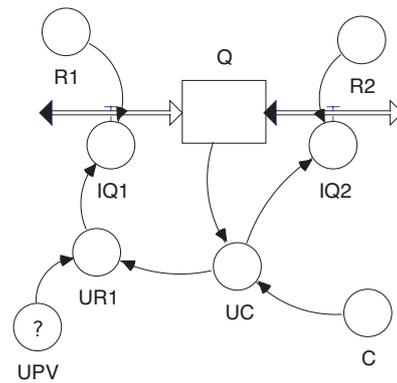
Der Widerstand des Elementes  $R_1$  im Ladestromkreis beträgt  $2000 \Omega$ , derjenige des Lastwiderstandes  $R_2$  ist  $4700 \Omega$ .



- a. Betrachten Sie die gemessenen Daten für  $U_{PV}$  und  $U_C$ , und bestimmen Sie die Schalterstellungen für  $S_1$  und  $S_2$  für die dritte und vierte Phase. Erklären Sie, was in diesen beiden Phasen passiert. [2 P]

	Phase 1	Phase 2	Phase 3	Phase 4
<b>Schalter 1</b>	Offen	Zu		
<b>Schalter 2</b>	Offen	Offen		

- b. Wenn man einen Lastwiderstand direkt an das PV Panel hängt, wie gross kann dann die Leistung des Panels höchstens werden? (Sie kriegen einen sehr kleinen Wert; der Versuch wurde in einem Gebäude am Fenster ohne direktes Sonnenlicht durchgeführt.) [1 P]
- c. Benutzen Sie die gemessenen Daten (siehe vergrössertes Diagramm auf einem Zusatzblatt), um die Kapazität des Kondensators zu bestimmen (Sie sollten etwa 2 mF erhalten). [1 P]
- d. Wieviel Energie wird maximal im Kondensator gespeichert? [0.5 P]
- e. Betrachten Sie den Anfangsmoment von Phase 2 ( $S_1$  wurde gerade geschlossen). Wie gross ist die Stromstärke im Ladestromkreis? Wie gross ist die Leistung des Panels? Wie gross ist der Energiestrom in den Kondensator? [1.5 P]
- f. Wenn man versucht, ein Modell der Schaltung zu machen, in dem man das Panel durch die Strom-Spannung-Charakteristik darstellen will (siehe Flowchart), so funktioniert das nicht. Warum nicht? [1 P]
- g. Man kann das Problem mit dem Modell lösen, indem man annimmt, dass es zwischen PV-Panel und  $R_1$  zusätzlich ein induktives Element hat. Skizzieren Sie das Diagramm des dynamischen Modells (Flowchart) für die Schaltung unter dieser Annahme, und erklären Sie Ihr Modell (geben Sie alle Gleichungen des Modells an). [3 P]

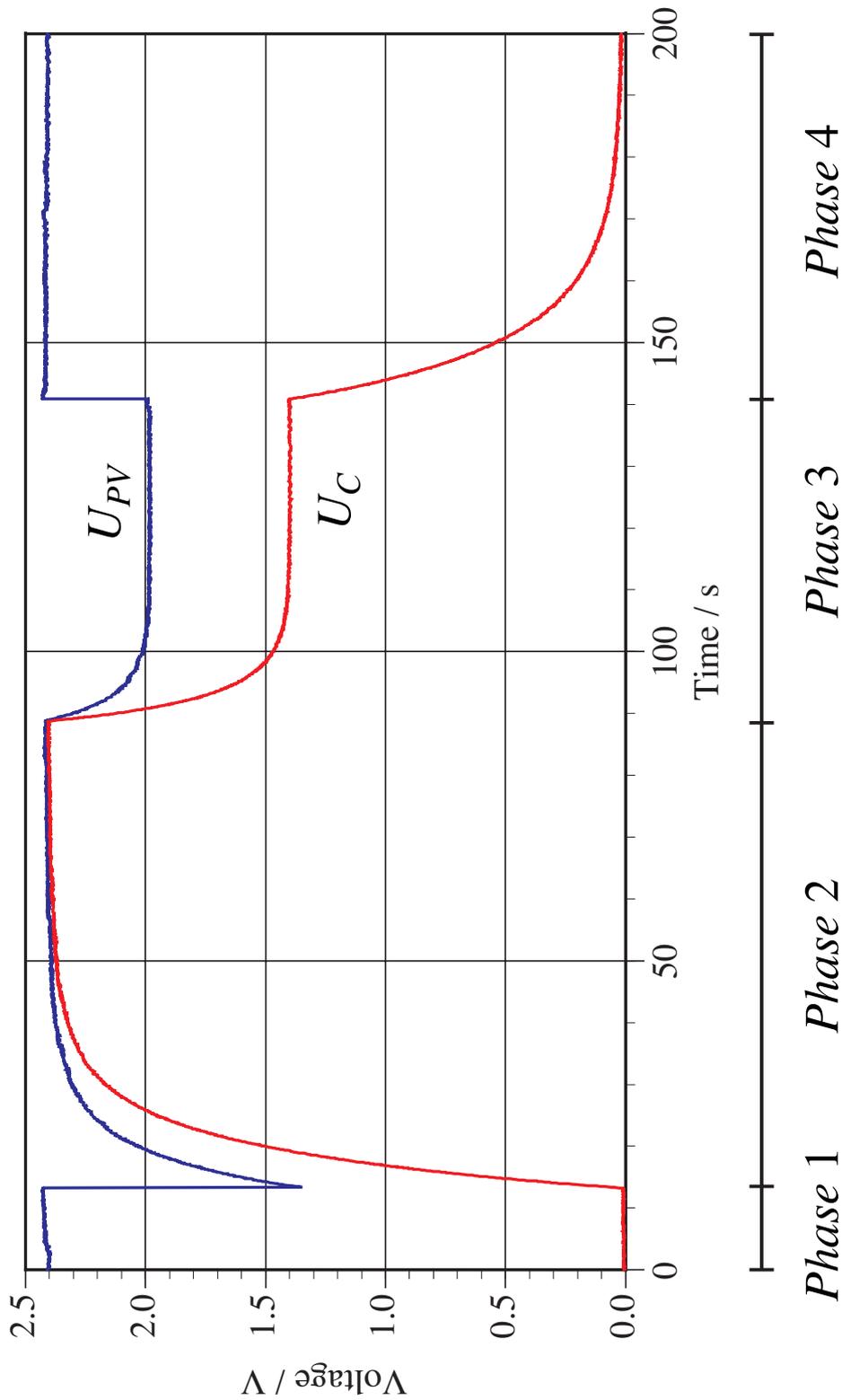


#### ZUSATZFRAGEN

- h. Ist es realistisch, ein induktives Element im Stromkreis anzunehmen? Gibt es induktives Verhalten im Ladestromkreis? Oder im Entladestromkreis? [0.5 P]
  - i. Nehmen Sie an, es gebe eine Induktivität von wenigen  $\mu\text{H}$  im Ladestromkreis. Schätzen Sie die kapazitive und die Induktive Zeitkonstante des Ladestromkreises. Diese beiden Werte sind um viele Zehnerpotenzen verschieden. Was bedeutet das für die numerische Lösung der Gleichungen bei der Simulation? [1.5 P]
5. Marco betreibt einen Pizzaservice und stellt fest, dass er seine hochverehrten Gäste nicht in dem gewünschten Tempo beliefern kann, also muss er seine Delivery Chain überdenken. Sie sollen ihm beim Erstellen eines Modells helfen, mit dem Engpässe aufgedeckt werden können.
- Der Pizzaservice befindet sich in einem Dorf mit 500 Einwohnern. Dies ist auch die maximale Anzahl an Bestellungen, mit denen Sie für einen einzelnen Tag rechnen. Sie können annehmen, dass alle 500 Bestellungen für den jeweiligen Tag am

Morgen vorliegen und keine weiteren zu diesen hinzukommen. Betrachten und vergleichen Sie folgende Modelle für das Abarbeiten der Bestellungen und beantworten Sie die untenstehenden Fragen. Verwenden Sie jeweils das Modell, das in der Frage erklärt wird! Beschriften Sie immer die Achsen und arbeiten Sie – wo dies möglich ist – mit exakten Werten.

- a. Der Pizzaiolo Luca bereitet die Pizze zu und Marco liefert sie aus. Luca hat einen grossen Ofen, und so spielt die Backzeit keine Rolle – es hat immer genügend Pizze bereit zum Ausliefern. Nehmen Sie an, dass einzig das Ausliefern der Pizze Zeit beansprucht. Die Rate, mit der Marco die Bestellungen ausliefert, ist proportional zum Quotienten  $V = (\text{Anzahl noch nicht erledigter Bestellungen}) / (\text{Maximale Anzahl Bestellungen})$  und zur Anzahl PS seines Lieferwagens. (a1) Skizzieren Sie ein Diagramm (Flowchart) zu einem Modell, mit dem Sie die Zahl der noch nicht abgearbeiteten Bestellungen verfolgen. Formulieren Sie alle Gleichungen dazu. (a2) Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf von  $V(t)$ . Verwenden Sie folgende Parameterwerte:  $PS_{\text{Lieferwagen}} = 10$  (Vespa);  $V(0) = 1$ . (Bemerkung: Die sich ergebenden Zeitwerte haben keine reale Bedeutung.) [2 P.]
- b. Sie wollen jetzt aber noch die Trägheit des Ofens berücksichtigen, der erst eingefeuert werden muss. Am Morgen liegen wieder 500 Bestellungen vor. Luca fängt erst bei  $t = 0$  mit Backen an. Die Backrate ist proportional zu  $V$  und proportional zur Maximaltemperatur des Ofens. Wenn eine Pizza gebacken wird, wird eine Bestellung abgearbeitet. Das Ausliefern der gebackenen Pizze, das wieder Marco übernimmt, ist proportional zu  $V_P = (\text{Anzahl gebackene Pizze}) / (\text{Maximale Anzahl Bestellungen})$  und zur Anzahl PS des Lieferwagens. (b1) Skizzieren Sie ein Diagramm (Flow-chart) zu einem Modell, mit dem Sie die Zahl der noch nicht abgearbeiteten Bestellungen und der Zahl der gebackenen Pizze verfolgen. Formulieren Sie alle Gleichungen dazu. (b2) Skizzieren und erklären Sie ein hydraulisches System, das eine analoge Struktur zu diesem Modell hat. (b3) Skizzieren sie  $V(t)$  und die Auslieferungsrate  $Z(t)$ . Schätzen sie die maximale Auslieferungsrate ab und die Zeit  $t_{\text{max}}$ , zu der diese erreicht wird. Verwenden Sie folgende Parameterwerte:  $T_{\text{max,Ofen}} = 350$ ;  $PS_{\text{Lieferwagen}} = 10$ ;  $V(0) = 1$ . [5 P.]



ASSESSMENTPRÜFUNG 2007

Blatt 1

Abteilung: WI  
Jahr: 2008  
Experten:

Klassen: WI09a,b,c,t

Datum: 25.8.2010

Lehrer: Fusa, Hsng, Room, Bawa

Zeit: 14:00 – 17:00

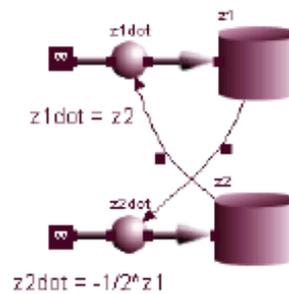
LÖSUNGEN ZUR SCHRIFTLICHE PRÜFUNG IN PHYSIK

ERLAUBTE HILFSMITTEL: Eigene Zusammenfassung und Bücher, Taschenrechner

1. a.

$$\dot{z}_1 = z_2 \quad , \quad \dot{z}_2 = -\frac{1}{2}z_1$$

b.

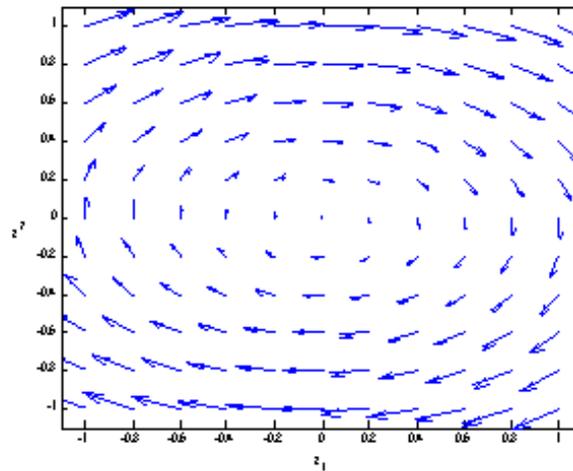


c.

Verteiler

Spätestens bis Prüfungsbeginn: je ein Exemplar pro Abteilung z.H. Archiv

d.



e.

$$\ddot{x} = -\frac{1}{2}x \rightarrow \ddot{x} = -\frac{1}{2}x - \dot{x}$$

2. a.

$$\dot{V} = I_{V,in} - I_{V,out}$$

b.

$$\dot{n}_A = I_{V,in}c_{A,in} - kn_A - I_{V,out} \frac{n_A}{V}$$

c.

$$\dot{n}_B = kn_A - I_{V,out} \frac{n_B}{V}$$

d.

$$n_A^* = \frac{I_{V,in}c_{A,in}}{k + \frac{I_{V,out}}{V}}, \quad n_B^* = \frac{kV}{I_{V,out}} \frac{I_{V,in}c_{A,in}}{k + \frac{I_{V,out}}{V}}$$

Wenn  $I_{V,in} \neq I_{V,out}$ , ist  $V$  (als Zustandsgrösse des Systems) zeitabhängig. Dies darf im Gleichgewicht nicht sein.

e. Das Verhältnis  $n_A^*/n_B^*$  muss möglichst gross sein, d.h.

$$n_A^*/n_B^* = \frac{\frac{kV}{I_{V,out}} n_A^*}{n_A^*} = \frac{kV}{I_{V,out}}$$

Somit muss  $kV$  im Vergleich zu  $I_{V,out}$  möglichst gross sein.

3. a.

$$\begin{aligned} \text{Steady-state: } I_{W,loss} &= \mathcal{P}_{chem} \\ I_{W,loss} &= 4\pi r^2 h \Delta T \\ \mathcal{P}_{chem} &= \frac{1}{\Delta t} e m_{fat} = \frac{1}{\Delta t} e \rho m_{penguin} = \frac{1}{\Delta t} e \rho \rho \frac{4}{3} \pi r^3 \\ \Rightarrow \Delta t &= \frac{e \rho \rho}{3 h \Delta T} r \end{aligned}$$

b. Larger radius gives longer time for burning fat.

c.

$$h = \frac{e \rho \rho}{3 \Delta t \Delta T} r = \frac{40 \cdot 10^6 \cdot 0.3 \cdot 1000}{3 \cdot 70 \cdot 24 \cdot 3600 \cdot 80} 0.20 \frac{\text{W}}{\text{K} \cdot \text{m}^2} = 1.7 \frac{\text{W}}{\text{K} \cdot \text{m}^2}$$

d. Larger animal, thicker layer of insulating fat: higher thermal resistance, lower thermal transfer coefficient, longer life expectancy.

4. a.

	Phase 1	Phase 2	Phase 3	Phase 4
Schalter 1	Offen	Zu	Zu	Offen
Schalter 2	Offen	Offen	Zu	Zu

Phase 3: PV panel continues to deliver electric charge and charge flows through load resistor. First, the capacitor delivers some of the charge for the load until the voltage of the capacitor has dropped enough for steady-state (charge then flows directly from the PV panel to the load).

Phase 4: PV panel is disconnected. Capacitor discharges completely through load resistor.

b. Maximum power point from characteristic curve: 0.93 mW for  $U_{PV} = 1.37 \text{ V}$ ,  $I_Q = 0.68 \text{ mA}$ .

c. Time constant measured from Phase 4:  $t_C = 10 \text{ s}$ , therefore  $C = t_C / R = 2.1 \text{ mF}$ .

d.

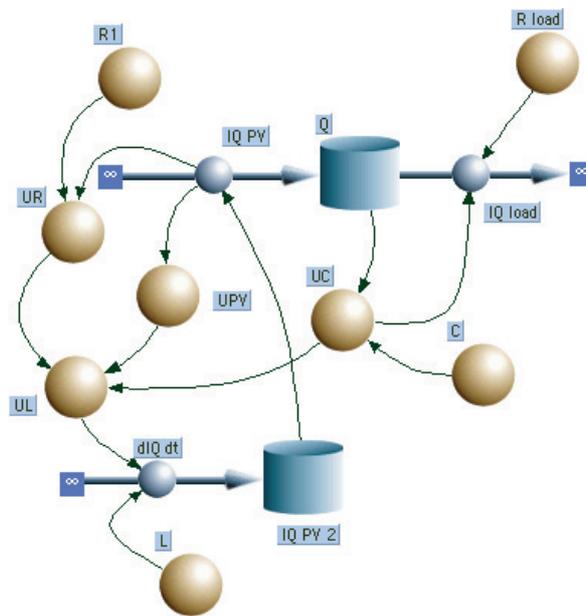
$$W = \frac{1}{2} C U_C^2 = 0.5 \cdot 2.1 \cdot 10^{-3} \cdot 2.4^2 \text{ J} = 6.1 \text{ mJ}$$

e.

$$\begin{aligned} I_Q &= \frac{U_{R1}}{R_1} = \frac{U_{PV} - U_C}{R_1} = \frac{1.3 - 0}{2000} \text{ A} = 0.65 \text{ mA} \\ \mathcal{P}_{PV} &= U_{PV} I_Q = 1.3 \cdot 0.65 \cdot 10^{-3} \text{ W} = 0.85 \text{ mW} \\ I_{W,C} &= U_C I_Q = 0 \end{aligned}$$

f.  $U_{PV}$  depends upon  $I_{Q,1}$ ; if we try to connect  $U_{PV}$  directly to  $I_{Q,1}$ , we get a prohibited circular connection (an algebraic loop).

g.



Equations:

$$d/dt (Q) = + IQ\_PV - IQ\_load$$

$$INIT Q = 0$$

$$d/dt (IQ\_PV\_2) = + dIQ\_dt$$

$$INIT IQ\_PV\_2 = 0$$

$$IQ\_PV = IF (TIME < 141.1) THEN IQ\_PV\_2 ELSE 0$$

$$IQ\_load = IF (TIME > 88.9) THEN UC/R\_load ELSE 0$$

$$dIQ\_dt = UL/L$$

$$UPV = \#UPV(IQ\_PV)$$

$$UC = Q/C$$

$$UL = UPV - UR - UC$$

$$UR = R1 * IQ\_PV$$

$$R\_load = 4700$$

$$R1 = 2000$$

$$C = 1800e-6$$

$$L = 1$$

h. Basically, all real electric elements also show some inductive behavior, however small. So, introducing an unductive element in the circuit is not just an unnatural trick.

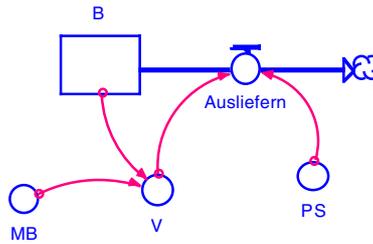
i.

$$\tau_C = R_1 C = 2000 \cdot 2.1 \cdot 10^{-3} \text{ s} = 4.2 \text{ s}$$

$$\tau_L = \frac{L}{R_1} = \frac{2 \cdot 10^{-6}}{2000} \text{ s} = 10^{-9} \text{ s}$$

Having vastly different time constants in a model makes the equations stiff. We need appropriate solvers to perform simulations of the model.

5. (a)



$$B(t) = B(t - dt) + (- \text{Ausliefern}) * dt$$

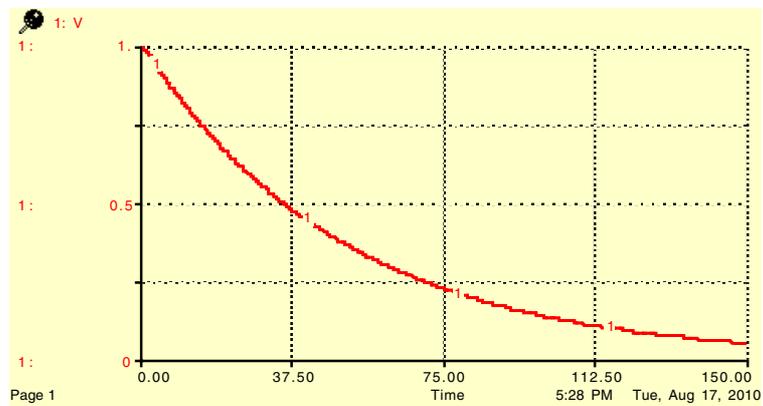
$$\text{INIT } B = 500$$

$$\text{Ausliefern} = \text{PS} * V$$

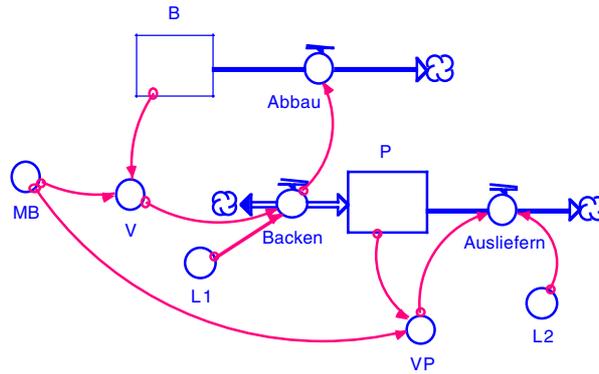
$$\text{MB} = 500$$

$$\text{PS} = 10$$

$$V = B/\text{MB}$$



(b)



$$B(t) = B(t - dt) + (- \text{Abbau}) * dt$$

$$\text{INIT } B = 500$$

$$\text{Abbau} = \text{Backen}$$

$$P(t) = P(t - dt) + (\text{Backen} - \text{Ausliefern}) * dt$$

$$\text{INIT } P = 0$$

$$\text{Backen} = L1 * V$$

OUTFLOWS:

$$\text{Ausliefern} = L2 * VP$$

$$L1 = 350$$

$$L2 = 10$$

$$MB = 500$$

$$V = B/MB$$

$$VP = P/MB$$

The hydraulic analogy is a tank (Bestellungen) draining (in proportion to its own level) into a second tank (ready pizzas) from above. The second tank drains due in proportion to its own level.

