Natur, Technik, Systeme

Semesterend-Prüfung, Januar 2011

Erstes Semester Wirtschaftsingenieurwesen, ZHAW, WI11

Allgemeine Bemerkungen

Dauer der Prüfung: 150 Minuten.

Antworten müssen begründet und nachvollziehbar sein.

Erlaubte Hilfsmittel: **Bücher und persönlich verfasste Zusammenfassung**.
Rechen- und Schreibzeugs.

Bitte lösen Sie **jede Aufgabe auf einem separaten Blatt**. Die Blätter für die drei Aufgaben müssen separat abgegeben werden!

Schreiben Sie jedes Blatt an (Name, Datum, Prüfung, Nummer der Aufgabe).

Geben Sie die Aufgabenblätter mit Ihren Lösungen ab. Schreiben Sie die Aufgabenblätter mit Ihrem Namen an.

Punkteverteilung:
Augabe 1: 14
Augabe 2: 12 (+2)
Augabe 3: 14

1. Ein Teich mit einem Wasservolumen von 10'000 m^3 hat einen Zufluss und einen Abfluss die je 50 Liter Wasser pro Sekunde zu- bzw. abführen. Durch einen Unfall gelangen zu einem bestimmten Zeitpunkt 10 kg einer chemischen Substanz ins Wasser (die Molmasse der Substanz beträgt 300 g/mol.). Die Menge ist so klein, dass sie das Volumen des Wassers nicht beeinflusst.

   Nehmen Sie der Einfachheit halber an, dass sich die Substanz augenblicklich (zum Zeitpunkt $t = 0$) auflöst und jederzeit im gesamten Wasserkörper homogen verteilt ist (ideale Durchmischung). Von der Substanz ist bekannt, dass sie sich im Wasser durch verschiedene mikrobielle und chemische Prozesse in unschädliche Abbauprodukte umwandelt. Dieser Abbau folgt einer Reaktion 1. Ordnung mit einer Ratenkonstante von 0.20 pro Tag.

   a. Schreiben Sie die augenblickliche Bilanz des Wasservolumens in für den Teich als Gleichung auf. Auf der rechten Seite der Gleichung sollten nur Flüsse vorkommen. [1 P]

   b. Beweisen Sie formal (mathematisch), dass das Volumen im Teich unter den gegebenen Umständen konstant bleibt. [1 P]

   c. Schreiben Sie die augenblickliche Bilanz für die Stoffmenge der Substanz im Teich vollständig auf. Auf der rechten Seite der Gleichung sollten alle Flüsse und Erzeugungen und Vernichtungen vorkommen, welche *nach* dem Unfall dazu beitragen, dass sich die Substanzmenge im Teich vergrössert bzw. verkleinert. Sie müssen den Unfall in der Bilanz also nicht berücksichtigen. [2 P]

   d. Wie gross ist der Strom der Stoffmenge der gelösten Substanz aus dem Teich gerade nach dem Unfall? Hinweis: Den Strom der Stoffmenge können Sie als Produkt von Wasserstrom und Stoffkonzentration ausrechnen. [2 P]

   e. Drücken Sie die einzelnen Terme der Stoffmengenbilanz aus Teilaufgabe (c) als Funktion der Stoffmenge bzw. der Konzentration im System aus. [2 P]

   f. Skizzieren Sie die zeitliche Entwicklung der Stoffmenge im Teich in einem $n(t)$-Diagramm. Beschriften Sie die Achsen mit ungefähren Zeit- und Mengenangaben. [2 P]

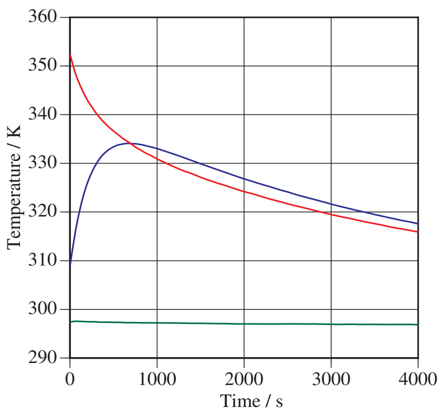
   g. Erklären Sie die Dynamik der Stoffmenge im Teich mit Worten. [2 P]

   h. Zu welchen Teilen tragen dieTransportprozesse und die Abbauprozesse zur Dynamik der Stoffmenge bei? Geben Sie für beide Prozesse %-Zahlen an. [2 P]

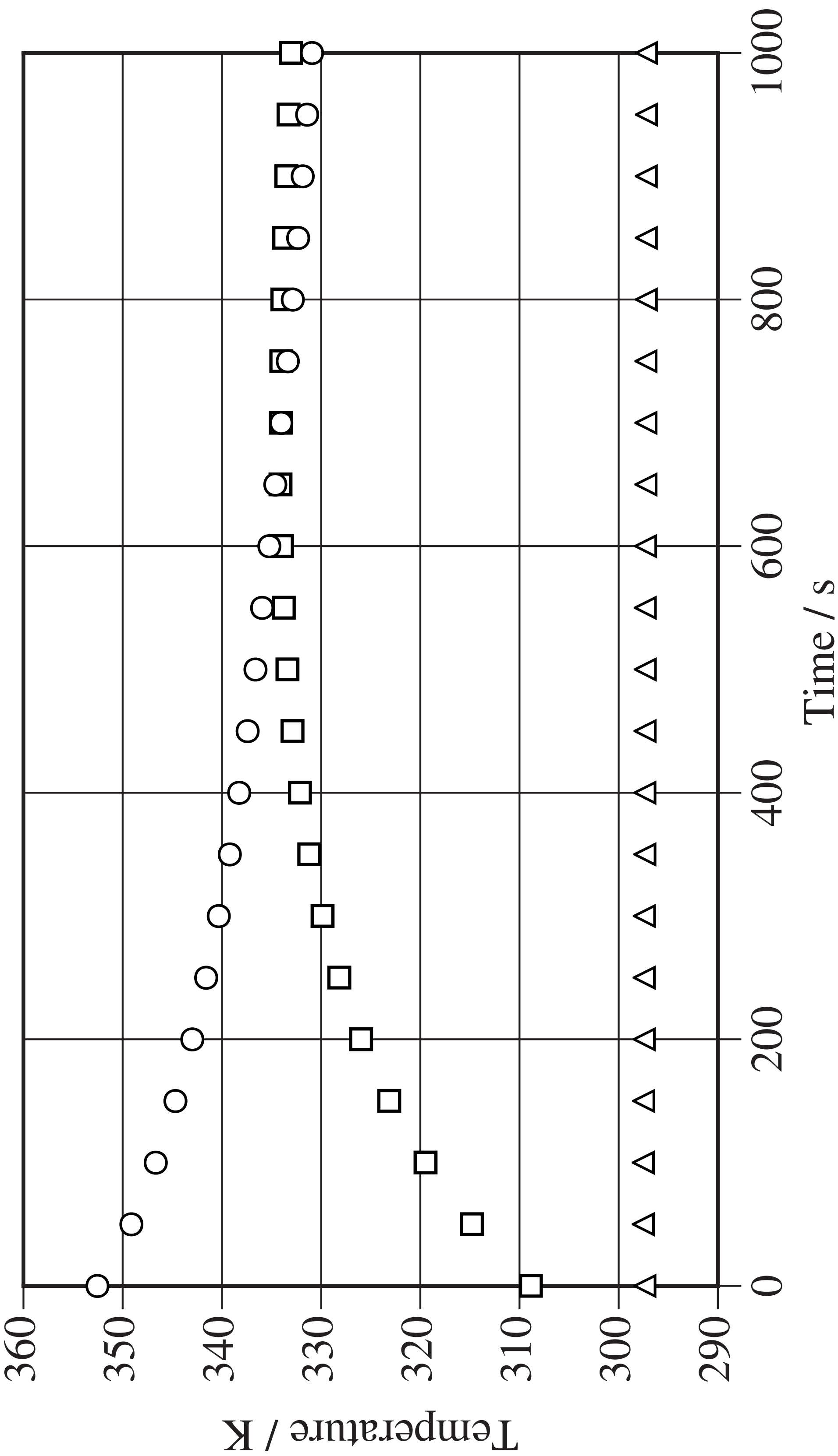
2. Ein kleiner Plastikbehälter wird in ein grösseres Glasgefäss gestellt. Die beiden Behälter werden mit verschieden warmem Wasser gefüllt und ein Deckel schliesst beide Gefässe nach oben ab (siehe Photo). Der Boden ist auch gut isoliert. Die Temperaturen der beiden Wassermengen werden als Funktionen der Zeit aufgezeichnet (siehe Diagramm; Vergrösserung auf folgender Seite). Nehmen Sie an, dass die beiden Wassermengen immer gut durchmischt sind.

   Für die Modellierung nehmen Sie an, (1) dass die Entropiekapazitäten des Wassers konstant sind, dass (2) Sie Entropieerzeugung vernachlässigen können, und dass (3) der Deckel und die Gefässe *nicht* an der Dynamik teilnehmen.

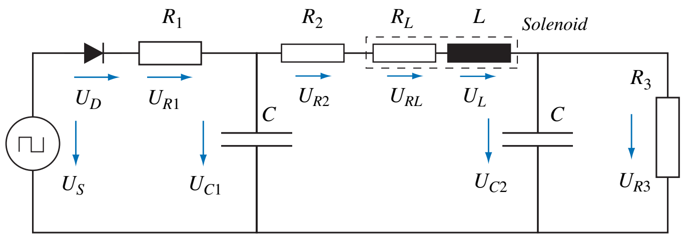
   Daten: Masse des Wassers im äusseren Glasgefäss (um das innere Gefäss herum): 0.250 kg. Entropieleitwert zwischen den beiden Wassermengen (durch die Plastikwand): $3.65 \cdot 10^{-3}$ W/K^2 (Entropieleitwert zwischen Wasser und Umwel ist nicht gegeben). Spezifische Entropiekapazität des Wassers: 13 J/(K^2·kg). [Spezifische Entropiekapazität $\kappa = K/m$: Entropiekapazität pro Kilogramm des Materials.]

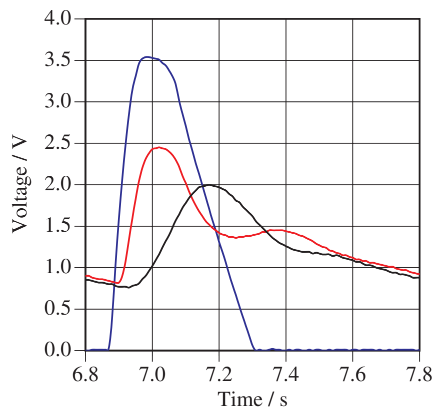


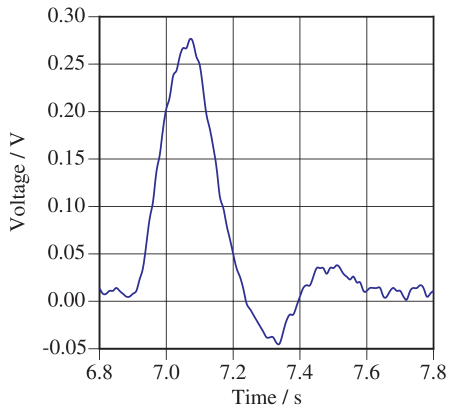
   a. Erklären Sie mit Worten, warum sich die beiden Temperaturen wie gemesser verhalten. Welche Kurve gehört zu welcher Wassermenge? [1 P]
   b. Skizzieren Sie das Schaltungsbild einer elektrischen Schaltung, das einem einfachen Modell des thermischen Systems analog ist. Schreiben Sie alle relevanten dynamischen Grössen mit elektrischen *und* thermischen Symbolen an. [1.5 P]
   c. Skizzieren Sie das Diagramm eines dynamischen Modells (Flowchart) für das thermische System. Denken Sie daran, dass Entropieproduktion vernachlässigt wird. [2 P]
   d. Formulieren Sie die Bilanzgesetze der Entropie einzeln für die beiden Wassermengen in momentaner Form. Denken Sie daran, dass im Modell Entropieproduktion vernachlässigt wird. [1.5 P]
   e. Formulieren Sie den Zusammenhang zwischen der Änderungsrate der Entropie und Änderungsrate der Temperatur für die beiden Wassermengen. [1 P]
   f. Bestimmen Sie mit den Daten aus dem Diagramm und den oben gegebenen Daten den Entropiestrom zwischen den beiden Wassermengen beit $t = 0$ s. [1 P]
   g. Bestimmen Sie aus dem vergrösserten Diagramm die Änderungsraten der beiden Temperaturen bei $t = 0$ s.[1.5 P]
   h. Bestimmen Sie die Masse des Wassers im inneren Gefäss. [2.5 P]
   i. [Zusatzaufgabe] Benutzen Sie das Modell und die Daten, um den Entropieleitwert zwischen der äusserer Wassermenge und der Umwelt (durch die Glaswand) zu bestimmen. [2 P]


Temperature / K
360
350
340
330
320
310
300
290
Time / s
0
200
400
600
800
1000

3. Analysieren Sie eine Windkesselschaltung mit zwei Kondensatoren und einer Spule und einem zusätzlichen (Mess)Widerstand R_2 dazwischen. Die Schaltung wird mit einer Spannungsquelle (deren Spannung von Hand rythmisch verändert wird) über eine Diode und einen Vorwiderstand betrieben. Am anderen Ende entladen sich die Kondensatoren über ein zusätzliches Widerstandselement.







Im ersten Diagramm sind die Spannung über der Spannungsquelle und die Spannungen über den beiden Kondensatoren gegeben. Im zweiten Diagramm sieht man die Spannung über dem (Mess)Widerstand R_2.

Daten: Kapazitäten der Kondensatoren: 470 µF. Widerstand zwischen Spannungsquelle und erstem Kondensator: 50 Ω. Messwiderstand zwischen den Kondensatoren: 50 Ω. Widerstand der Spule: 64 Ω. Widerstand nach dem zweiten Kondensator: 1000 Ω.

a. Welche der Kurven in Diagramm 1 entspricht der Spannung über der Spannungsquelle, über dem ersten Kondensator und über dem zweiten Kondensator? [1 P]

b. Am Ende der Aufgabe ist das Diagramm (Flowchart) eines dynamischen Modells für die Schaltung gegeben. Allerdings sind *vier* Beziehungen *nicht* ausgeführt (für UC_1, UC_2, URL und dIQ2_dt). Zeichnen Sie die *Verbindungen für die fehlenden Beziehungen* in das Diagramm ein, und schreiben Sie dort auch die *Gleichungen* für die vier fehlenden Beziehungen. [2.5 P]

c. Formulieren Sie den Maschensatz für die mittlere Masche (die mit dem Zusatzwiderstand R_2). [1 P]

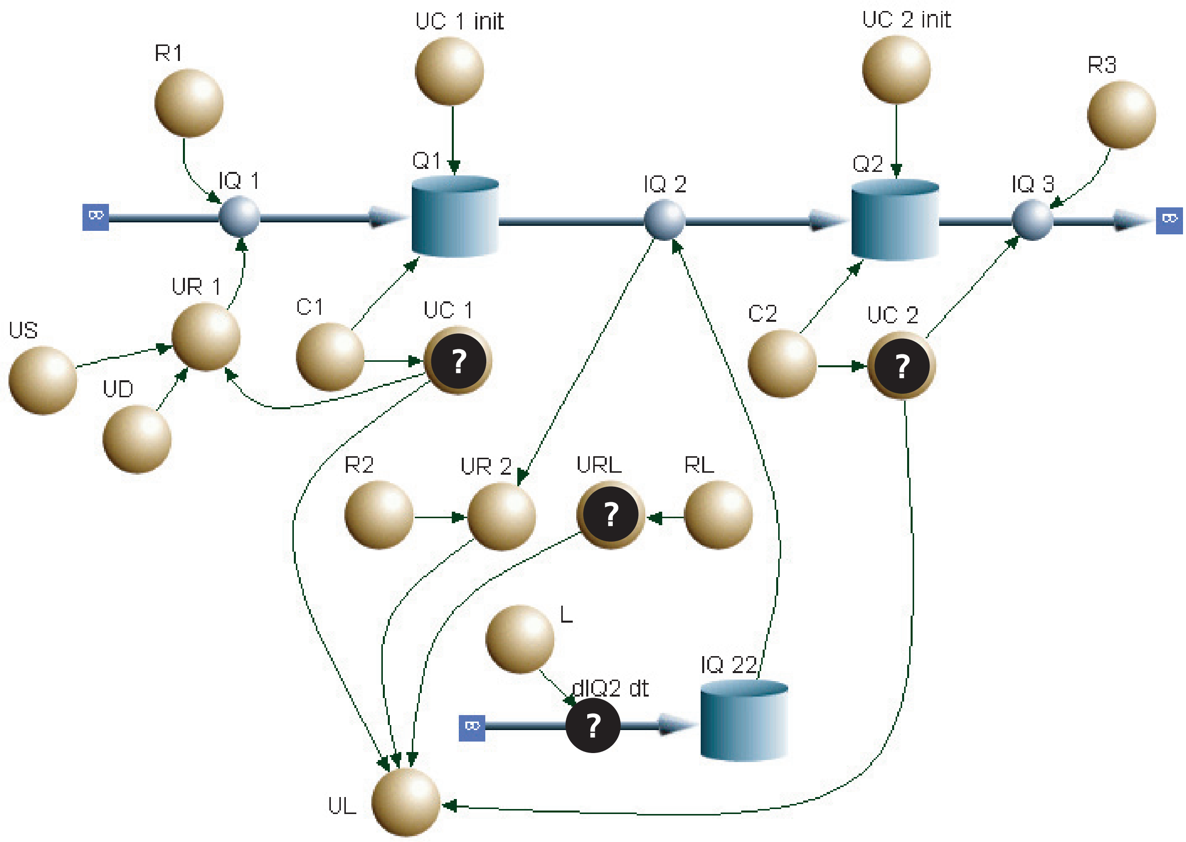
d. Skizzieren Sie so genau wie möglich die Stärke des elektrischen Stromes zwischen den beiden Kondensatoren als Funktion der Zeit. [1 P]

e. Skizzieren Sie so gut wie möglich die Änderungsrate des Stromes zwischen den beiden Kondensatoren als Funktion der Zeit (mit ungefähren Masszahlen). [2.5 P]

f. Betrachten Sie den Zeitpunkt t = 7.0 s. Wie gross ist die Spannung über der Spule? [2 P]

g. Betrachten Sie den Zeitpunkt t = 7.0 s. Wie gross ist die resistive Spannung über der Spule? Wie gross ist die Induktive Spannung über der Spule? [2 P]

h. Betrachten Sie den Zeitpunkt $t = 7.0$ s. Benutzen Sie die bisherigen Daten, um die Induktivität der Spule abzuschätzen. [2 P]



Natural and Technical Systems

End of Semester Exam, January 2011

First Semester Wirtschaftsingenieurwesen, ZHAW, WI11

General Remarks

Duration of the exam: 150 minutes.

Answers must be explained and must be documented.

Allowed tools: **Books and personally written summary**. Calculators and writing materials.

Please solve **every problem on a separate sheet**. The different problems must be handed in individually.!

Write your name, date, exam, and number of problem on **every sheet**.

Hand in the problem statements with your solutions. Write your name on the problem statements!

Points:
Problem 1: 14
Problem 2: 12 (+2)
Problem 3: 14

1. A pond having a volume of water of 10,000 m^3 has an inflow and an outflow of 50 L/s (liters per second) of water each. Because of an accident, 10 kg of a chemical pollutant having a molar mass of 300 g/mole enter the pond. The amount is so small that it does not influence the volume of the water.

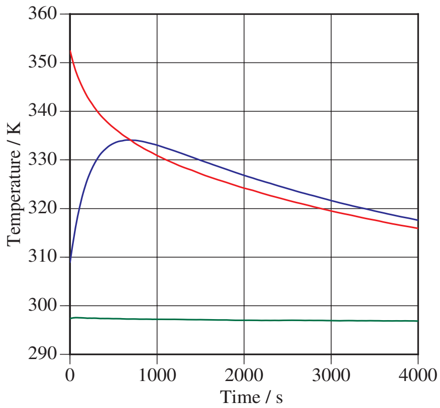
   For simplicity's sake, assume that the pollutant dissolves instantaneously (at $t = 0$) and is evenly distributed in the body of water at all times (ideal mixing). The pollutant decays in water as a result of some microbial and chemical processes and ends up as a harmless substance. The decay follows a *first order* reaction having a rate constant of 0.20 per day.

   a. Formulate the instantaneous law of balance of volume of water in the pond. On the right hand side, only flows should appear. [1 P]
   b. Give a formal (mathematical) proof that the volume of water in the pond will remain constant under the given circumstances. [1 P]
   c. Formulate the instantaneous law of balance of amount of substance of the pollutant in the pond. On the right hand side, only flows and production rates should appear that are responsible for the change of the amount of pollutant *after* the accident. In other words, the accident itself is not included in the law of balance. [2 P]
   d. What is the current of amount of substance of pollutant out of the pond right after the accident? Hint: The current of pollutant is the product of volume current of water and concentration of pollutant. [2 P]
   e. Express the separate terms in the law of balance formulated in problem (c) as functions of amount of pollutant and concentration, respectively. [2 P]
   f. Sketch the time evolution of the amount of pollutant in the pond in an $n(t)$ diagram, giving approximate numerical values on the time and amount axes. [2 P]
   g. Explain the dynamics of the amount of pollutant in words. [2 P]
   h. What is the relative importance of transport and decay processes? Give percentages for each of the two processes. [2 P]

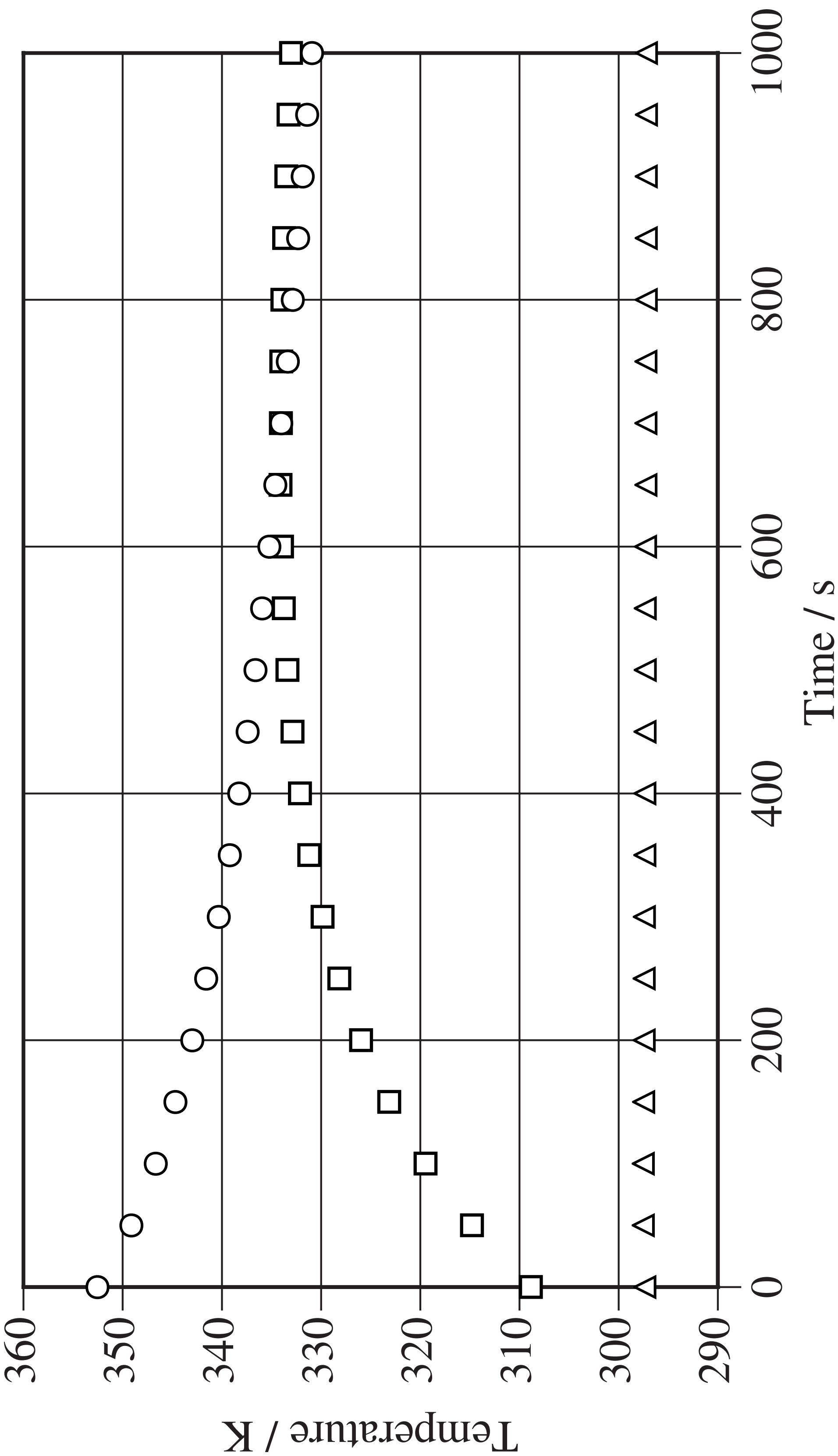
2. A small plastic container is placed into a larger glass container (see photograph). The containers are filled with water at different temperatures and a lid insulates both containers at the top. The bottom is insulated as well. Temperatures of the two bodies of water are recorded as functions of time (see diagram; enlargement on the next page). Assume both bodies of water to be perfectly mixed at any moment.

Make the following assumptions for the model: (1) constant entropy capacitances for both bodies of water; (2) neglect entropy production; (3) lid and containers do *not* contribute to the dynamics.

Data: Mass of the water in the outer glass container (surrounding the inner container): 0.250 kg. Entropy conductance between the two bodies of water (through the plastic wall) equals $3.65 \cdot 10^{-3}$ W/K^2 (entropy conductance between outer body of water and environment is not given). Specific entropy capacitance of water: 13 J/(K^2·kg). [Specific entropy capacitance $\kappa = K/m$: entropy capacitance per kilogram of the material.]

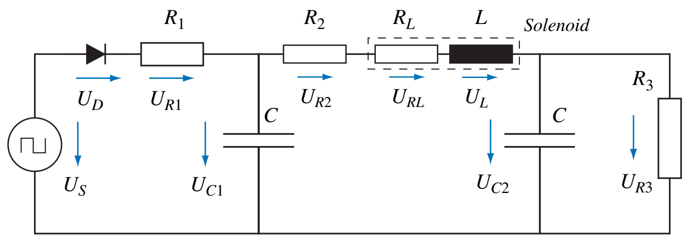


a. Explain the observed curves for the temperatures in words. Which of the curves belongs to which body of water? [1 P]
b. Sketch an electric circuit diagram corresponding to a simple model of the thermal system. Label all relevant dynamical quantities using electric *and* thermal symbols. [1.5 P]
c. Sketch the diagram of a dynamical model (flowchart) for the thermal system. Remember to neglect entropy production in the model. [2 P]
d. Formulate the laws of balance of entropy for the two bodies of water (separately) in instantaneous form. Remember that we neglect entropy production. [1.5 P]
e. Formulate the relation between the rate of change of temperature and rate of change of entropy for both bodies. [1 P]
f. Use the data of the temperatures from the diagram and the data given above to calculate the entropy current between the two bodies of water for $t = 0$ s. [1 P]
g. Use the enlarged diagram to determine the rates of change of both temperatures at $t = 0$ s.[1.5 P]
h. Determine the mass of water in the small inner container. [2.5 P]
i. [Additional question] Use the model and date to determine the entropy conductance between the outer body of water and the environment (through the glass wall). [2 P]

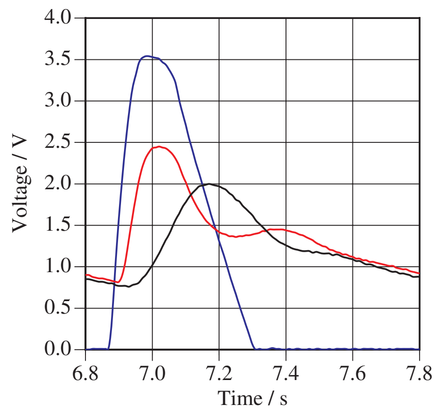


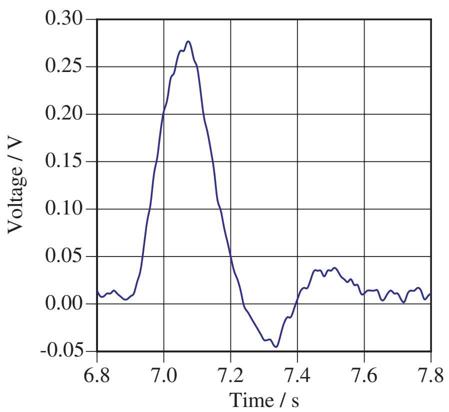
Time / s
Temperature / K
0
200
400
600
800
1000
360
350
340
330
320
310
300
290

3. Analyze a windkessel circuit having two capacitors and a solenoid and an additional resistor R_2 for measuring the current between them. The system is driven by a power supply (whose voltage is changed rhythmically by hand) through a diode and a first resistor. At the other end, the capacitors discharge through an additional resistor.



The first diagram on the right shows the voltages across the power supply and the two resistors. In the second diagram, you see the voltage across R_2.





Data: Capacitances of the capacitors: 470 µF. Resistance of the resistor between the power supply and the first capacitor: 50 Ω. Resistance of R_2 between the capacitors: 50 Ω. Resistance of the solenoid: 64 Ω. Resistance of resistor after the second capacitor: 1000 Ω.

a. Which of the voltages in the first diagram corresponds to which element of the circuit? [1 P]

b. At the end of the problem we see the diagram of a dynamical model (flowchart) for the circuit. However, *four* of the relations (those for UC_1, UC_2, URL, and dIQ2_dt) are *not* shown. Draw the *connectors for the missing relations* into the diagram and also write the *equations* for the four missing relations. [2.5 P]

c. Formulate the loop rule for the second loop in the circuit diagram (the one with R_2). [1 P]

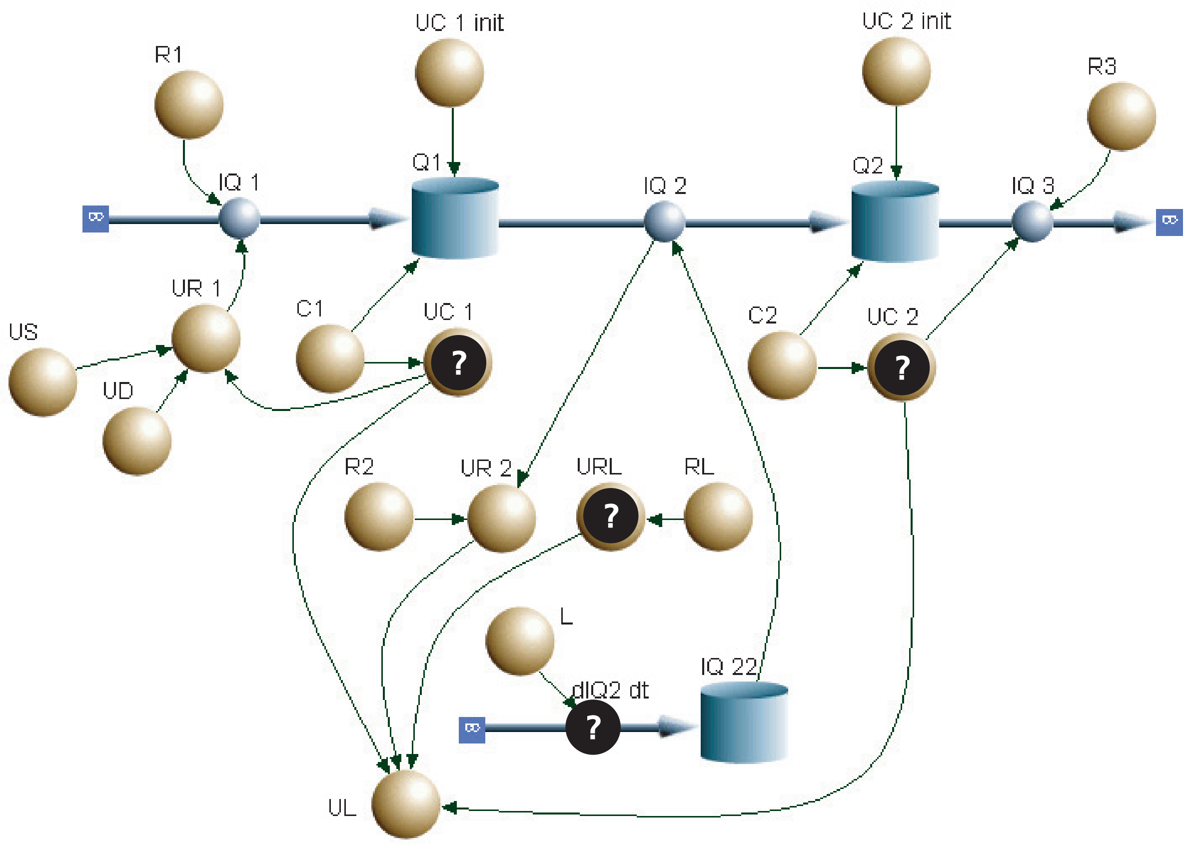
d. Sketch as precisely as possible the electric current between the capacitors as a function of time. [1 P]

e. Sketch the rate of change of the current between the capacitors as a function of time as carefully as possible (giving approximate numerical values). [2.5 P]

f. Consider $t = 7.0$ s. What is the value of the voltage across the solenoid? [2 P]

g. Consider $t = 7.0$ s. What is the value of the resistive voltage across the solenoid? What is the inductive voltage across the solenoid? [2 P]

h. Consider $t = 7.0$ s. Use previous results to estimate the inductance of the solenoid. [2 P]


UC 1 init
UC 2 init
R1
R3
Q1
IQ 1
IQ 2
Q2
IQ 3
UR 1
C1
UC 1
C2
UC 2
US
UD
R2
UR 2
URL
RL
L
IQ 22
dIQ2 dt
UL

Solutions

1. **Polluted lake**

a.

$$\frac{dV}{dt} = I_{V,in} - I_{V,out}$$

b.

$$\frac{dV}{dt} = I_{V,in} - I_{V,out}$$
$$I_{V,in} = I_{V,out}$$
$$\Rightarrow \quad \frac{dV}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad V(t) = const.$$

c.

$$\dot{n} = -I_{n,out} - \Pi_{n,decay}$$

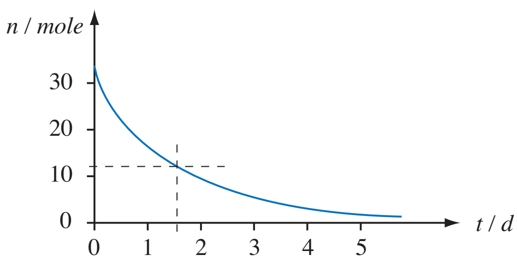
d.

$$\begin{aligned} I_{n,out}(t=0) &= \frac{n(t=0)}{V} I_{V,out} \\ &= \frac{10\ \text{kg} \cdot \frac{1}{300}\frac{\text{mol}}{\text{g}} \cdot 1000\frac{\text{g}}{\text{kg}}}{10000\,\text{m}^3} \cdot 50\frac{\text{L}}{\text{s}} \cdot \frac{1}{1000}\frac{\text{m}^3}{\text{L}} \\ &= 1.6 \cdot 10^{-4}\ \frac{\text{mol}}{\text{s}} \end{aligned}$$

e.

$$I_{n,out} = \frac{n}{V} I_{V,out} \quad , \quad \Pi_{n,decay} = kn$$

f.



g. The amount of pollutant decreases continuously due to outflow and decay. Both processes are linear functions of amount of substance making the change of pollutant in the pond an exponentially decaying function of time.

h.

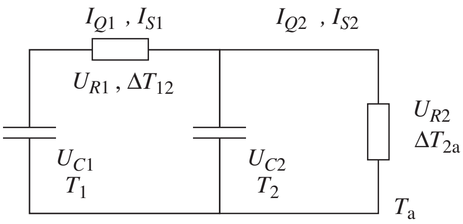
$$\frac{I_{V,out}}{V} = \frac{50}{10000}\frac{\text{L}}{\text{s}\cdot\text{m}^3}\frac{86400}{1000}\frac{\text{s}\cdot\text{m}^3}{\text{d}\cdot\text{L}} = 0.432\ \text{d}^{-1}$$
$$\frac{I_{V,out}/V}{I_{V,out}/V + k} \cdot 100 \approx 68\%$$

The contribution of the transport process to the overall processes of change is 68%. 32% are due to decay.

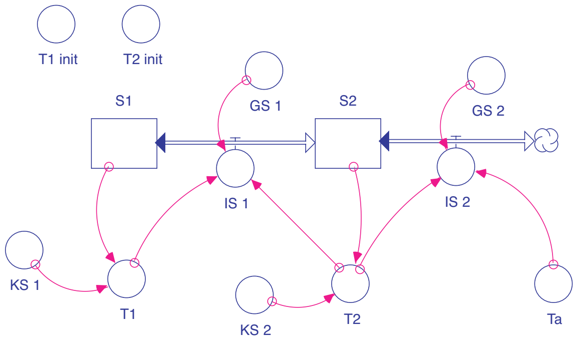
2. **Concentric containers**

a. The water in the inner container is cold at the beginning; the water on the outside is hot. Entropy flows from the outer body of water into the inner body of water and into the environment, thereby getting cooler. The temperature of the inner body of water rises. The two curves intersect when the temperature of the inner body of water reaches its maximum (zero temperature difference means zero entropy flow means zero rate of change of entropy and of temperature of the inner body).

b.



c.



d.

$$\dot{S}_1 = -I_{S1}$$
$$\dot{S}_2 = I_{S1} - I_{S2}$$

e.

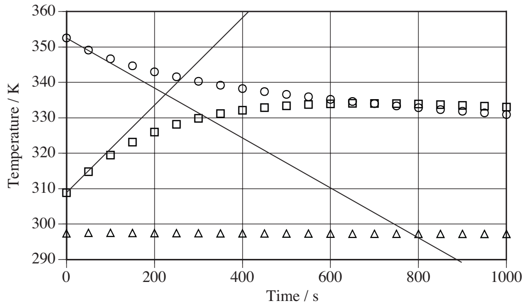
$$\dot{S}_1 = K_{S1}\dot{T}_1$$
$$\dot{S}_2 = K_{S2}\dot{T}_2$$

f.

$$I_{S1} = G_{S1}\left(T_1 - T_2\right) = 3.65 \cdot 10^{-3}\left(309 - 353\right)\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{K}} = -0.16\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{K}}$$

g. dT1/dt = (360 – 309)/405 K/s = 0.13 K/s

dT2/dt = (290 – 353)/845 K/s = – 0.075 K/s



h.

$$\dot{S}_1 = -I_{S1}$$
$$\dot{S}_1 = K_{S1}\dot{T}_1 = m_1 k_{SW}\dot{T}_1$$
$$m_1 = \frac{-I_{S1}}{k_{SW}\dot{T}_1} = \frac{0.16}{13\cdot 0.13}\text{kg} = 0.095\text{kg}$$

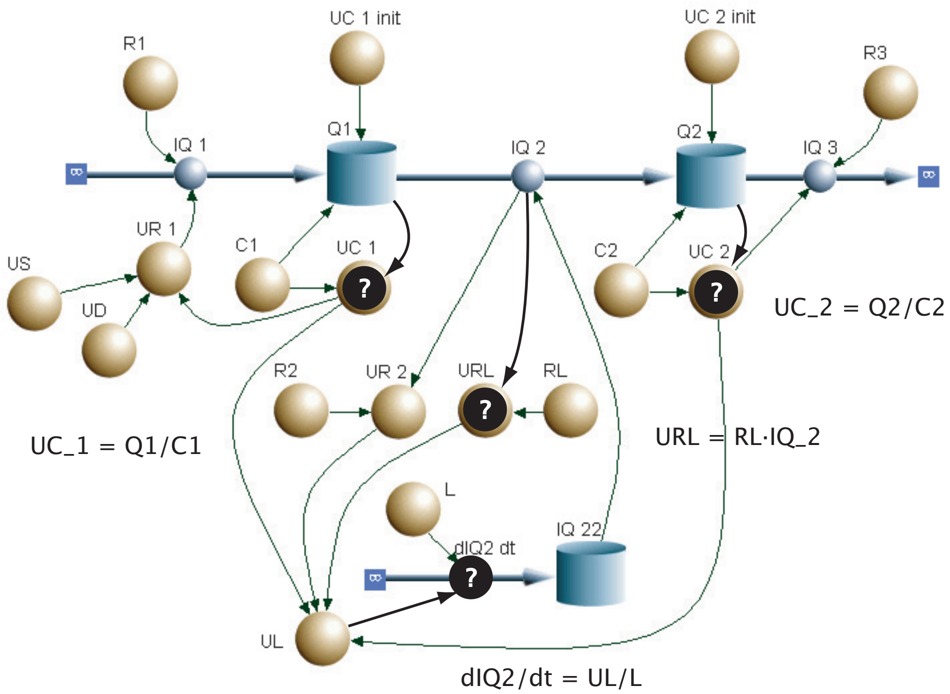
i.

$$\dot{S}_2 = I_{S1} - I_{S2}$$
$$\dot{S}_2 = K_{S2}\dot{T}_2$$
$$I_{S2} = G_{S2}\left(T_2 - T_a\right)$$
$$G_{S2} = \frac{I_{S2}}{T_2 - T_a} = \frac{I_{S1} - \dot{S}_2}{T_2 - T_a} = \frac{I_{S1} - K_{S2}\dot{T}_2}{T_2 - T_a}$$
$$= \frac{-0.16 - 0.25\cdot 13\cdot(-0.075)}{353 - 298}\frac{\text{W}}{\text{K}^2} = 1.5\cdot 10^{-3}\frac{\text{W}}{\text{K}^2}$$

3. **Windkessel RCL circuit**

a.Take t = 7 s: Highest curve (3.5 V) corresponds to US. Second highest (2.4 V) to UC1, lowest (1.0 V) corresponds to UC2.

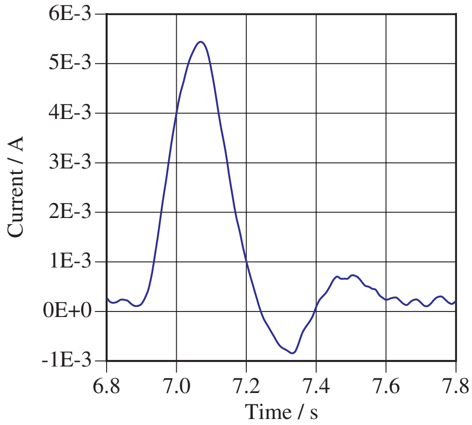
b.



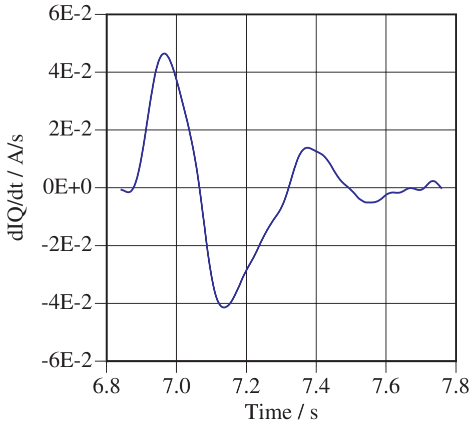
c.

$$U_{C1} - U_{C2} = U_{R2} + U_{RL} + U_L$$

d.



e.



f.

$$
\begin{aligned}
U_{solenoid} &= U_{RL} + U_L \\
&= U_{C1} - U_{C2} - U_{R2} \\
&= 2.4\,\mathrm{V} - 1.0\,\mathrm{V} - 0.2\,\mathrm{V} = 1.2\,\mathrm{V}
\end{aligned}
$$

g.

$$
\begin{aligned}
U_{RL}(7.0) &= R_L I_Q(7.0) \\
&= 64 \cdot 4.0 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{V} = 0.26\,\mathrm{V} \\
U_L(7.0) &= U_{Solenoid}(7.0) - U_{RL}(7.0) \\
&= 1.2\,\mathrm{V} - 0.26\,\mathrm{V} = 0.94\,\mathrm{V}
\end{aligned}
$$

h.

$$
\frac{dI_{Q2}}{dt} = \frac{1}{L} U_L \quad \Rightarrow \quad L = \frac{U_L}{dI_{Q2}/dt} \approx \frac{0.94}{0.038}\,\mathrm{H} = 25\,\mathrm{H}
$$