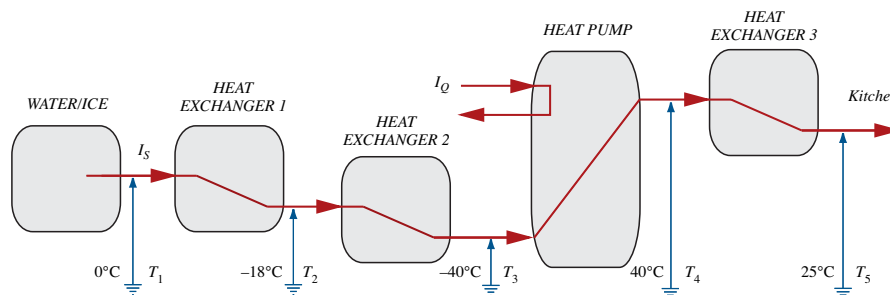


Erlaubte Hilfsmittel: Bücher und persönlich verfasste Zusammenfassung. Rechen- und Schreibzeugs.

Antworten müssen begründet und nachvollziehbar sein.

Dauer des Tests: 60 Minuten.

- Ein Liter kaltes Wasser (0°C) soll in einer Gefriertruhe gefroren werden. Das Wasser und das entstehende Eis haben dabei ständig eine Temperatur von 0°C . Der Innenraum der Kühltruhe wird konstant auf -18°C gehalten. Damit das geht, muss die aus dem Wasser kommende Entropie an die Küche abgegeben werden, was nur über mehrere Schritte möglich ist (siehe Prozessdiagramm).



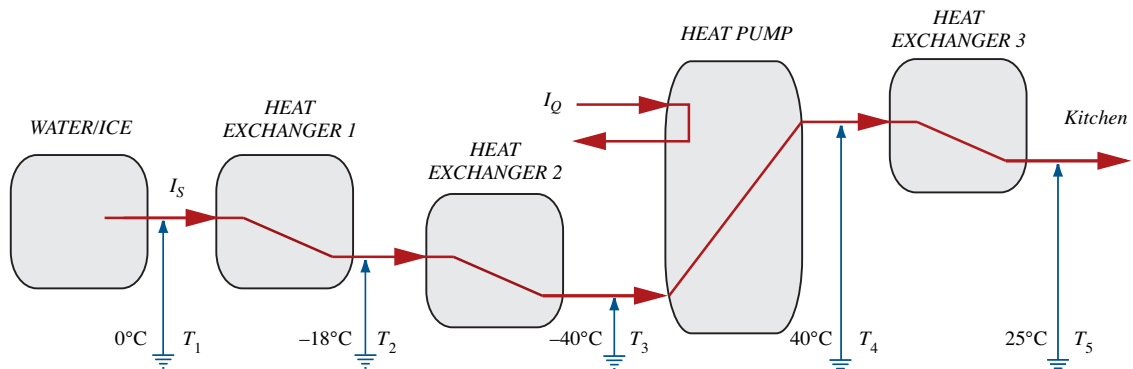
Zuerst fließt die Entropie in den Gefrierraum. Zwischen Wasser und Gefrierraum stellt man sich einen Wärmetauscher vor (das sind die Wärmeübergangsschichten zwischen Wasser und Luft im Gefrierraum). Dann fließt die Entropie durch einen weiteren Wärmetauscher in die Kühlflüssigkeit, die dabei eine Temperatur von -40°C hat. Dann geht es durch die eigentliche Wärmepumpe (zweitletztes Element im Prozessdiagramm) und durch einen dritten Wärmetauscher in die Küche.

Nehmen Sie an, die *Wärmepumpe* arbeite dabei *reversibel*.

Daten: Ein Kilogramm Wasser von 0°C gibt beim Gefrieren 1220 J/K Entropie ab. Entropieleitwert des ersten Wärmetauschers: $2.0 \cdot 10^{-3} \text{ W/K}^2$.

- Zeichnen Sie im Prozessdiagramm auf der folgenden Seite alle relevanten Entropieproduktionsraten ein. Erklären Sie Ihre Überlegung. [1 P]

- b. Wie gross ist der Entropiestrom aus dem gefrierenden Wasser? [1 P]
- c. Wie lange dauert es, bis das Wasser ganz gefroren ist? [1 P]
- d. Wenn Sie mögliche Entropieproduktion auf dem Weg vom gefrierenden Wasser zur Wärmepumpe *vernachlässigen*, wie gross muss dann die Antriebsleistung der idealen Wärmepumpe sein? Wieviel Energie wird also für das Gefrieren aufgewendet?[2 P]
- e. Bestimmen Sie die gesamte Entropieproduktionsrate zwischen dem Wasser und der Wärmepumpe. [2 P]
- f. Wieviel Energie wird real für den ganzen Vorgang aufgewendet? [2 P]
- g. Wie gross ist der Entropiestrom aus der Wärmepumpe in den letzten Wärmetauscher? [1 P]
- h. Wie gross ist der Entropieleitwert des dritten Wärmetauschers? [2 P]



Natural and Technical Systems

Test, March 2012

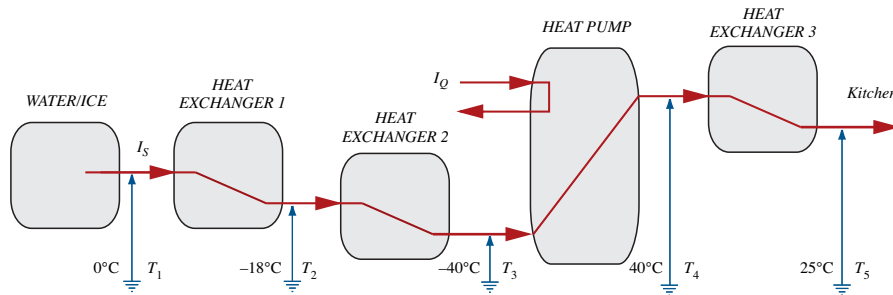
Second Semester WI11

Allowed tools: **Books and personally written summary.** Calculators and writing materials.

Answers must be explained and must be documented.

Duration of the exam: 60 minutes.

1. A liter of cold water (0°C) is to be frozen in a freezer. Water and the ice that is forming have a constant temperature of 0°C . The inside of the freezer is kept at a constant -18°C . For this process to work, the entropy emitted by the freezing water must be transferred to the kitchen. This is possible only with the help of several steps (see the process diagram).



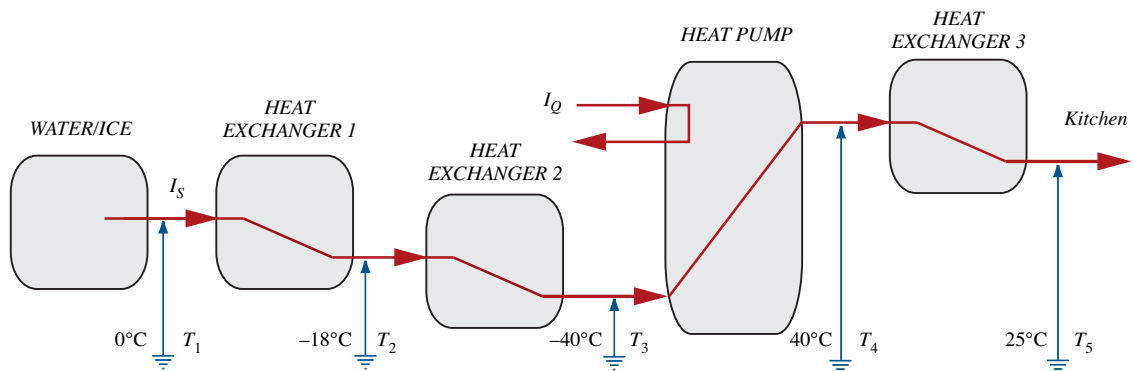
First, the entropy flows into the cold room of the freezer. We imagine a heat exchanger between water and cold room made up by the heat transfer layers between water and air in the cold room. Then the entropy flows through a second heat exchanger into the cooling fluid which has a temperature of -40°C at that point. Next, the entropy passes through the actual heat pump (second to last element in the process diagram) and finally through a third heat exchanger into the kitchen.

Assume the *heat pump* to work *reversibly*.

Data: One kilogram of water emits 1220 J/K of entropy when freezing at 0°C . The entropy conductance of the first heat exchanger equals $2.0 \cdot 10^{-3} \text{ W/K}^2$.

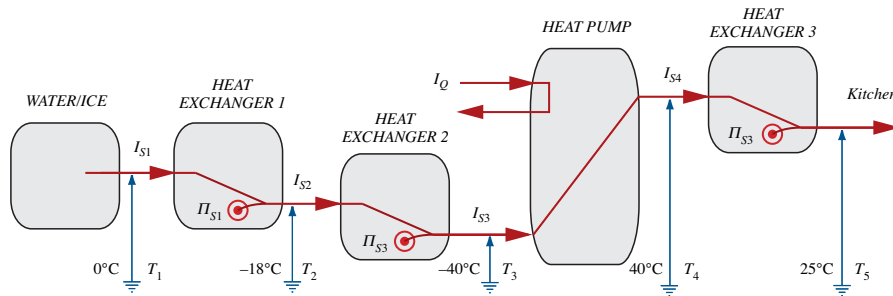
- a. On the following page, draw all relevant *entropy production rates* in the process diagram. Explain your reasoning. [1 P]

- b. What is the entropy current out of the freezing water? [1 P]
- c. How long will it take for the water to freeze completely? [1 P]
- d. Now *neglect* entropy production on the way from the freezing water to the heat pump. How large must the power for driving the heat pump be? How much energy is therefore used for freezing the water? [2 P]
- e. Calculate the total entropy production rate between water and heat pump. [2 P]
- f. How much energy must really be used for freezing all the water? [2 P]
- g. What is the entropy current from the heat pump into the last heat exchanger? [1 P]
- h. What is the entropy conductance of the last heat exchanger? [2 P]



Solution

a. Entropy production rates must be introduced in the three heat exchangers.



b.

$$\begin{aligned} I_{S1} &= G_{S1}(T_1 - T_2) \\ &= 2.0 \cdot 10^{-3} \cdot (0 - (-18)) \frac{\text{W}}{\text{K}} = 3.6 \cdot 10^{-2} \frac{\text{W}}{\text{K}} \end{aligned}$$

c.

$$\Delta t = \frac{\Delta S}{I_{S1}} = \frac{1220}{3.6 \cdot 10^{-2}} \text{ s} = 3.39 \cdot 10^4 \text{ s}$$

d.

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{el} &= \mathcal{P}_{th} = (T_4 - T_3) I_{S1} \\ &= (40 - (-40)) \cdot 3.6 \cdot 10^{-2} \text{ W} = 2.88 \text{ W} \\ W_{el} &= \mathcal{P}_{el} \Delta t = 2.9 \cdot 3.39 \cdot 10^4 = 97.6 \text{ kJ} \end{aligned}$$

e.

$$\begin{aligned} \Pi_{S,1+2} &= \frac{1}{T_3} (T_1 - T_3) I_{S1} \\ &= \frac{1}{273 + (-40)} (0 - (-40)) \cdot 3.6 \cdot 10^{-2} \frac{\text{W}}{\text{K}} = 6.2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{W}}{\text{K}} \end{aligned}$$

f.

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{el} &= \mathcal{P}_{th} = (T_4 - T_3) (I_{S1} + \Pi_{S,1+2}) \\ &= (40 - (-40)) \cdot (3.6 \cdot 10^{-2} + 6.2 \cdot 10^{-3}) \text{ W} = 3.38 \text{ W} \\ W_{el} &= \mathcal{P}_{el} \Delta t = 0.28 \cdot 3.39 \cdot 10^4 = 114 \text{ kJ} \end{aligned}$$

g.

$$I_{S4} = I_{S1} + \Pi_{S,1+2} = 4.22 \cdot 10^{-2} \frac{\text{W}}{\text{K}}$$

h.

$$\begin{aligned} I_{S4} &= G_{S3} (T_4 - T_5) \\ G_{S3} &= \frac{I_{S4}}{T_4 - T_5} = \frac{4.22 \cdot 10^{-2}}{40 - 25} \frac{\text{W}}{\text{K}^2} = 2.8 \cdot 10^{-3} \frac{\text{W}}{\text{K}^2} \end{aligned}$$