Natur, Technik, Systeme

Semesterend-Prüfung, Januar 2013

Erstes Semester Wirtschaftsingenieurwesen, ZHAW, WI12

Allgemeine Bemerkungen

Dauer der Prüfung: 150 Minuten.

Antworten müssen begründet und nachvollziehbar sein.

Erlaubte Hilfsmittel: **Bücher und persönlich verfasste Zusammenfassung**.
Rechen- und Schreibzeugs.

Lösen Sie **jede Aufgabe auf einem separaten Blatt**. Die Blätter für die ersten zwei Aufgaben müssen separat abgegeben werden!

Schreiben Sie jedes Blatt an (Name, Datum, Prüfung, Nummer der Aufgabe).

Geben Sie die Aufgabenblätter mit Ihren Lösungen ab. Schreiben Sie die Aufgabenblätter mit Ihrem Namen an.

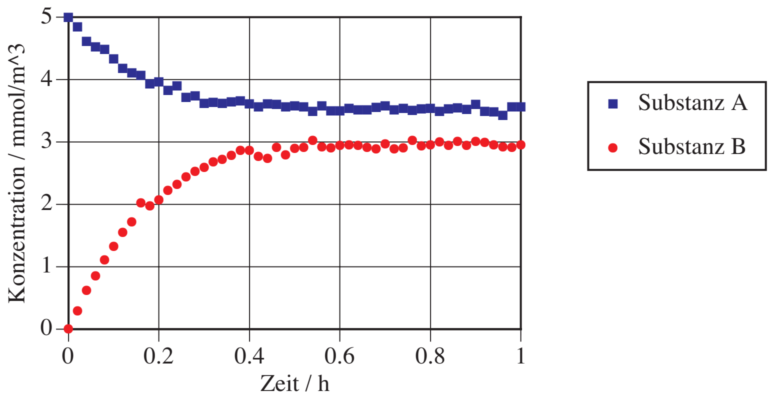
Punkteverteilung:
Aufgabe 1: 7
Aufgabe 2: 6
Aufgabe 3: 6
Aufgabe 4: 7
Aufgabe 5: 14

1. Im Unterricht haben Sie den globalen Kohlenstoffkreislauf modelliert. Dies führte auf ein System mit den Speichern Atmosphäre, Biosphäre, obere Meeresschichten und untere Meeresschichten. Betrachten Sie dieses System nun unter der Annahme, dass es lediglich aus den Speichern Atmosphäre und der Biosphäre bestehe sowie dem Stofftransport von der Atmosphäre in die Biosphäre – dieser sei $\alpha_{AB}m_A$ – sowie jenem von der Biosphäre in die Atmosphäre – dieser sei $\alpha_{BA}m_B$. α_{ij} ist der Koeffizient für den Transport von Speicher i zu Speicher j, m_i ist die Kohlenstoffmasse in Speicher i.
   a. Skizzieren Sie das Flowchart eines Madonna-Modells für dieses System. Modellieren Sie die beiden Stoffströme getrennt. Stellen Sie alle Speicher, Ströme, Parameter und Verbindungen dar und bezeichnen Sie sie. [1 P]
   b. Geben Sie an, mit welcher Formel Sie die beiden Stoffströme berechnen. [1 P]
   c. Geben Sie je eine Differentialgleichung für Änderungsrate der Masse der beiden Speicher an. Links des Gleichheitszeichens soll nur dm_A/dt bzw. dm_B/dt stehen, rechts dürfen nur die Transportkoeffizienten und die Kohlenstoffmassen vorkommen. [1.5 P]
   d. Berechnen Sie algebraisch die Werte von m_A und m_B im (dynamischen) Gleichgewicht. [1 P]
   e. Wie viele Gleichgewichte kann das System annehmen? Begründen Sie! [1 P]
   f. Skizzieren Sie die Dynamik des Systems bis zum Gleichgewicht für den Fall, dass $m_A(t = 0) = 1$ und $m_B(t = 0) = 0$. Nehmen Sie an, dass $\alpha_{AB} = 0.030\ \mathrm{y}^{-1}$ und $\alpha_{BA} = 0.025\ \mathrm{y}^{-1}$. [1.5 P]

2. Zwei Substanzen A und B unterliegen der *unvollständigen* Reaktion

$$A \rightleftharpoons 2B$$

Es ist bekannt, dass die Hinreaktion einer Kinetik 1. Ordnung und die Rückreaktion einer Kinetik 2. Ordnung folgt. In einem Experiment wurde der Verlauf der Konzentrationen beider Stoffe gemessen (vgl. Abbildung).



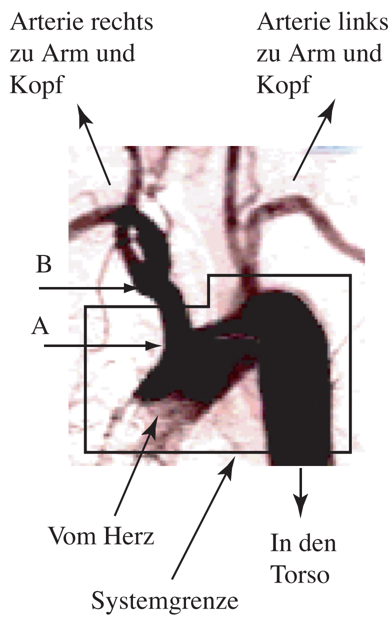
a. Um welchen Faktor unterscheiden sich dc_A/dt und dc_B/dt? Drücken Sie dc_A/dt durch dc_B/dt aus. (1) Bestimmen Sie das Verhältnis erst mit Hilfe der Daten. (2) Begründen Sie das Resultat aufgrund der Reaktionsgleichung, d.h. ohne die experimentellen Daten zu benutzen. [1.5 P.]

b. Welche Einheiten haben die Ratenkonstanten für die Hin- und die Rückreaktion? [1 P.]

c. Geben Sie eine Differentialgleichung für die Dynamik der Konzentration von Substanz A an. Auf der linken Seite der Gleichung soll lediglich dc_A/dt stehen, auf der rechten Seite lediglich Parameter und die Konzentrationen von A und B. [2 P.]

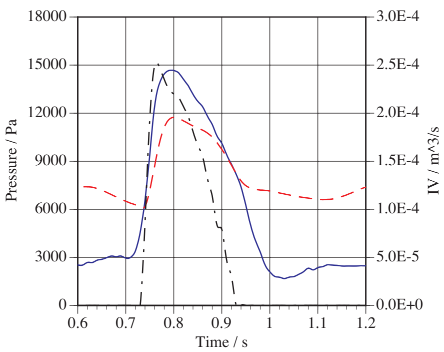
d. Schätzen Sie die Gleichgewichtskonstante der Reaktion ab und geben Sie den Wert mit der richtigen Einheit an. [1.5 P.]

3. Im nebenstehenden Bild sieht man den Aorta-Bogen eines Menschen. Dieser Teil der Aorta kommt vom Herz (von der linken Herzkammer) und geht dann in den Körper. Zudem sieht man die Arterien, die zu den Armen und in den Kopf gehen. Eine Linie ist um den Teil der Aorta gezeichnet, der im Folgenden als *System* betrachtet wird.



   a. Schreiben Sie die Bilanzgleichung für das Volumen von Blut in momentaner Form (Differentialgleichung) für das System. Bezeichnen und erklären Sie alle Ströme, die in Ihrer Gleichung vorkommen. [1 P.]
   b. Während einer kurzen Phase hat das Volumen im System um 10.0 mL zugenommen. In der gleichen Phase sind 2.0 mL Blut in den Körper (Torso) geflossen und durch jede Arterie je 0.5 mL. Wieviel Blut ist in dieser Phase aus der linken Herzkammer gekommen? [1 P.]
   c. Wenn die in b beschriebene Phase 0.050 s gedauert hat, wie gross ist dann die mittlere Änderungsrate des Volumens im System? [1 P.]
   d. Wie gross ist in der in b beschriebenen Phase von 0.050 s Dauer der mittlere Volumenstrom durch die Arterie zwischen A und B (in Arm und Kopf)? [1 P.]
   e. Nehmen Sie an, dass der Strömungswiderstand für laminare Strömung von A nach B $2.0 \cdot 10^7$ Pa·s/m^3 beträgt. Wie gross ist demnach die Druckdifferenz für den unter d berechneten Strom von A nach B in dieser Phase? [1 P.]
   f. Man sieht, dass sich die Arterie bei B spaltet. Es gibt einen Zustrom und zwei wegführende Ströme bei B. Was ist die Beziehung zwischen diesen drei Strömen? (Erklärung?) [1 P.]

4. Im nebenstehenden Diagramm sieht man Daten für den Blutstrom aus der linken Herzkammer in die Aorta (strich-punktierte Linie) und den Druck des Blutes in der linken Herzkammer (ausgezogene Linie) und in der Aorta in der Nähe der Herzkammer. Ein vergrössertes Diagramm und eine Tabelle sind auf einem Beiblatt separat aufgeführt.



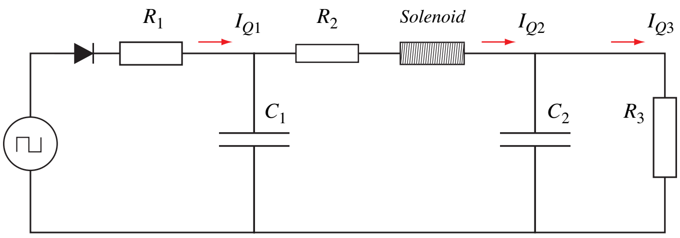
   a. Zeichnen Sie das Diagramm einer elektrischen Windkesselschaltung mit nur einem Speicher-Element für die Aorta. Beschriften Sie alle Variablen im Schaltungsdiagramm (mit elektrischen Grössen) und identifizieren Sie die Grössen, die den drei hydraulischen Grössen im Diagramm mit den Daten entsprechen. [1 P.]
   b. Bestimmen und zeichnen Sie den Energiestrom, der mit dem Blut die linke Herzkammer verlässt, als Funktion der Zeit so genau wie möglich. [1 P.]
   c. Bestimmen und zeichnen Sie den Energiestrom, der mit dem Blut in die Aorta fliesst, als Funktion der Zeit so genau wie möglich. [1 P.]

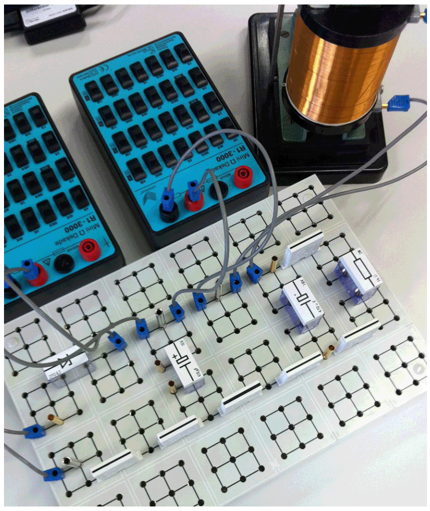
d. Bestimmen Sie die Menge der Energie, die mit einem Herzschlag (von 0.6 s bis 1.2 s) aus dem Herz respektive in die Aorta fliesst. Warum sind die beiden Werte nicht gleich? [2 P.]

e. Man kann die Funktion der linken Herzkammer als Pumpe folgendermassen vereinfacht als 4-Schritt Zyklus modellieren. (1) Die Kammer kriegt 30 mL Blut bei konstamtem niedrigen Druck von 3 kPa. (2) Der Druck des Blutes wird bei geschlossenen Klappen auf 13 kPa erhöht. (3) 30 mL Blut werden bei 13 kPa ausgestossen. (4) Der Druck der verbleibenden Blutmenge wird bei geschlossenen Klappen auf 3 kPa erniedrigt. Wieviel Energie wird in einem Zyklus netto vom Herzmuskel an das Blut übertragen? [1 P.]

f. Erklären Sie, wieso der in Aufgabe e bestimmte Wert kleiner sein muss als die Energie, die mit dem Blut aus der Herzkammer fliesst. [1 P.]

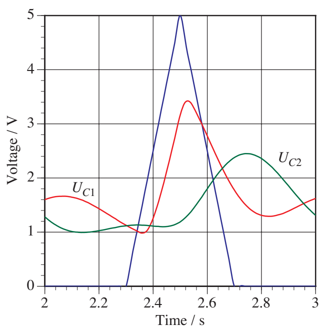
5. Analysieren Sie eine elektrische Windkesselschaltung mit zwei Kondensatoren und einer *realen* Spule (Solenoid) und einem zusätzlichen Mess-Widerstand R_2 dazwischen. Die Schaltung wird mit einer Spannungsquelle (deren Spannung rhythmisch verändert wird) über eine Diode und einen Vorwiderstand R_1 betrieben. Am anderen Ende entladen sich die Kondensatoren über ein zusätzliches Widerstandselement (R_3).

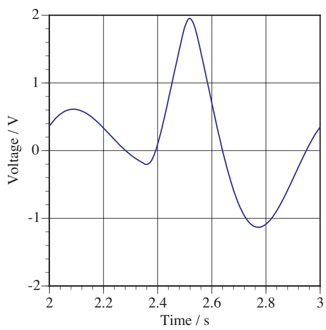




Im ersten Diagramm sind die Spannungen über der Spannungsquelle (Dreiecks-Signal) und über den beiden Kondensatoren als Funktionen der Zeit gegeben. Im zweiten Diagramm sieht man die Spannung über der *realen Spule*. Vergrösserung der Diagramme sind auf dem beigefügtem Blatt zu finden.

Daten: Kapazitäten der Kondensatoren: 500 µF. Widerstand zwischen Spannungsquelle und erstem Kondensator (R_1): 100 Ω. Messwiderstand zwischen den Kondensatoren (R_2): 50 Ω. Widerstand der Spule: 100 Ω. Induktivität der Spule: 40 H. Widerstand nach dem zweiten Kondensator (R_3): 1000 Ω. Spannung über der Diode (wenn elektrische Ladung durchfliesst): 0.50 V.





a. Bestimmen Sie so genau wie möglich das Zeitintervall, in dem Ladung durch R_1 fliesst. Erklären Sie, wie Sie auf Ihr Resultat kommen. [1 P]

b. Bestimmen Sie mit Hilfe der Daten den elektrischen Strom durch R_1 für die Zeitpunkte 2.32, 2.36, 2.40, 2.44, 2.48, 2.52, 2.56 s. Zeichnen Sie dann die Stromstärke in einem Diagramm als Funktion der Zeit. [2 P.]

c. Im zweiten Diagramm ist die Spannung über der realen Spule gegeben. Wieso kann man diese nicht gebrauchen, um die Stromstärke I_{Q2} direkt zu bestimmen? [1 P.]

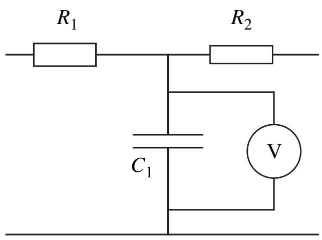
d. Bestimmen Sie die Spannung über R_2 für die Zeitpunkte 2.0, 2.2, 2.4, 2.6, 2.8, 3.0 s, und zeichnen Sie sie dann als Funktion der Zeit. [2 P.]

e. Bestimmen und zeichnen Sie die Stromstärke I_{Q2} als Funktion der Zeit. [2 P.]

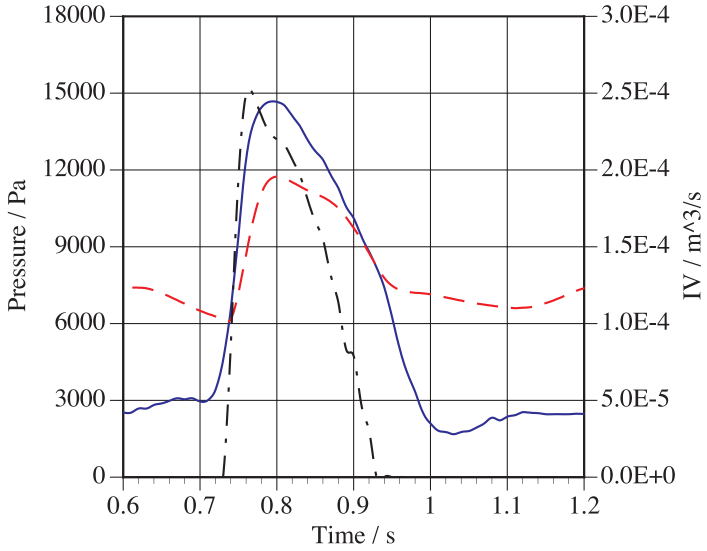
f. Bestimmen Sie die induktive Spannung der Spule zum Zeitpunkt 2.60 s. [2 P.]

g. Stellen Sie sich vor, Sie hätten Aufgabe f für viele Punkte gerechnet, um die induktive Spannung als Funktion der Zeit darstellen zu können. Erklären Sie, wie Sie aus diesem Diagramm die Stromstärke $I_{Q2}(t)$ erhalten können. [2 P.]

h. Stellen Sie sich vor, das Voltmeter, das zur Messung von U_{C1} verwendet wurde (siehe nebenstehende Schaltung), habe einen relativ kleinen Innenwiderstand und müsse deshalb in einem dynamischen Modell des Stromkreises mit berücksichtig werden. (1) Schreiben Sie die Ladungsbilanz für C_1 in dynamischer Form (Differentialgleichung). (2) Wenn die Änderungsrate der Ladung von C_1 bekannt ist, wie findet man dann die Änderungsrate von U_{C1}? [2 P.]

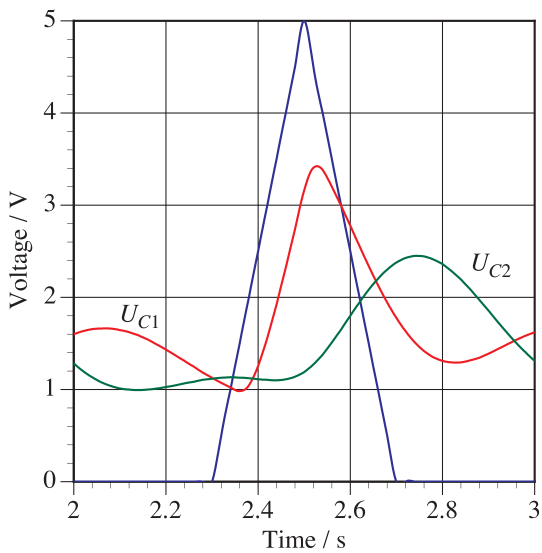


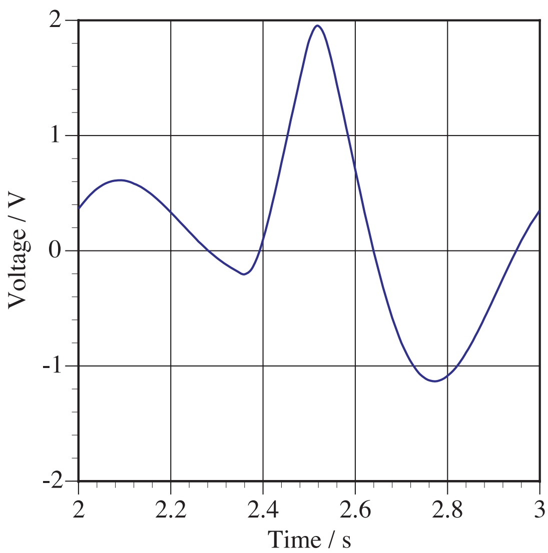
Aufgabe 4



t/s	pLV/Pa	pA/Pa	IV/m^3/s
0.73	4540	6190	0.00E+00
0.74	6540	6160	8.50E-05
0.75	9400	7180	1.94E-04
0.77	13800	10100	2.48E-04
0.79	14700	11600	2.25E-04
0.81	14500	11700	2.16E-04
0.83	13700	11400	1.97E-04
0.85	12700	11100	1.66E-04
0.87	11800	10800	1.32E-04
0.89	10600	10100	8.37E-05
0.91	9410	9170	4.73E-05
0.92	8810	8750	3.05E-05
0.93	8180	8240	0.00E+00

Aufgabe 5





Natur, Technik, Systeme

Semesterend-Prüfung, Januar 2013

Erstes Semester Wirtschaftsingenieurwesen, ZHAW, WI12

General Remarks

Duration of the exam: 150 minutes.

Answers must be explained and must be documented.

Allowed tools: **Books and personally written summary**. Calculators and writing materials.

Please solve **each problem on a separate sheet**. The problems must be handed in individually.!

Write your name, date, exam, and number of problem on **every sheet**.

Hand in the problem statements with your solutions. Write your name on the problem statements!

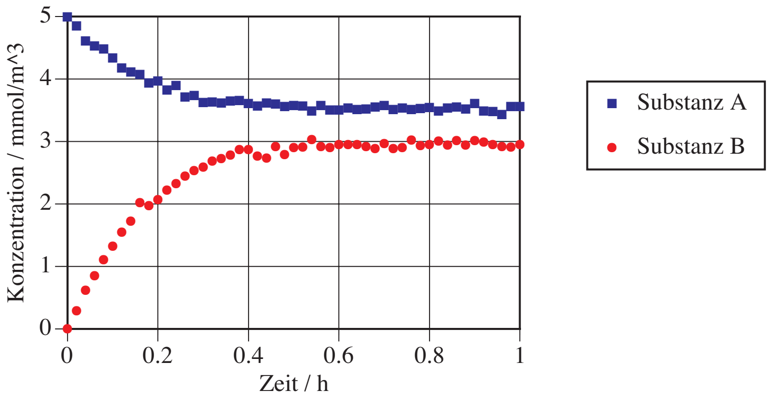
Points:
Problem 1: 7
Problem 2: 6
Problem 3: 6
Problem 4: 7
Problem 5: 14

1. In class, you have learned to model the carbon cycle. There we introduced a system having atmosphere, biosphere, and upper and lower layers of the oceans as elements. Consider now a system made up of only atmosphere and biosphere. There is a transport of carbon from the atmosphere to the biosphere—expressed by $\alpha_{AB}m_A$—and one from the biosphere to the atmosphere—this one is expressed by $\alpha_{BA}m_B$. α_{ij} is the coefficient for transport from storage element i to element j. m_i ist the mass of carbon in storage element i.
   a. Sketch a flow chart of a dynamical model for this system. Represent the flows separately. Draw all storage elemts, flows, parameters and connections, and label them. [1 P]
   b. Express the flows by their equations, i.e., show how to calculate the transports. [1 P]
   c. Write a differential equation for the rate of change of mass for each storage element. On the left hand side of the equations you should only have dm_A/dt and dm_B/dt, respectively. On the right hand side you should only have transport coefficients and the masses of carbon. [1.5 P]
   d. Calculate the values of m_A and m_B algebraically for (dynamical) equilibrium. [1 P]
   e. How many equilibria can there be? Explain your reasoning! [1 P]
   f. Sketch the behavior of the system from an initial condition to equilibrium. Initial condition: $m_A(t = 0) = 1$ and $m_B(t = 0) = 0$. Assume $\alpha_{AB} = 0.030\ \mathrm{y}^{-1}$ and $\alpha_{BA} = 0.025\ \mathrm{y}^{-1}$. [1.5 P]

2. Two substances A and B undergo an *inclomplete* reaction

$$A \rightleftharpoons 2B$$

We assume that the kinetics of the forward reaction is of first order whereas the reverse reaction is of second order. In an experiment, the concentrations of both substances were measured as functions of time.



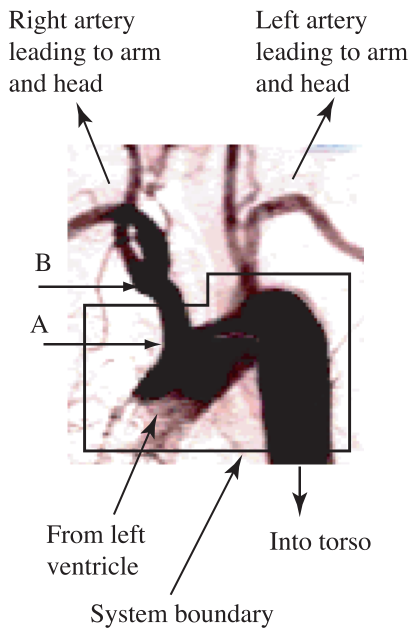
a. What is the ratio between dc_A/dt and dc_B/dt? (Express dc_A/dt in terms of dc_B/dt.) (1) First use the data to determine the ratio. (2) Prove the result on the basis of the reaction equation without using experimental data. [1.5 P.]

b. What are the units of the rate constants for forward and reverse reactions? [1 P.]

c. Derive a differential equation for the dynamics of the concentration of substance A. On the left hand side, you should have only dc_A/dt, on the right hand side there should only be parameters and the concentrations of A and B. [2 P.]

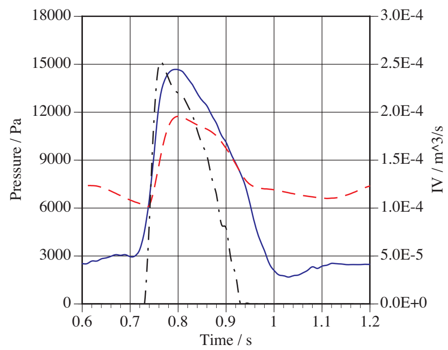
d. Estimate the equilibrium constant from the data and write its value with the correct unit. [1.5 P.]

3. The figure on the right shows the aortic arc of a human. This part originates in the left ventricle of the heart and goes into the torso. You can also see the the arteries that lead to the arms and the head. A line has been drawn around a part of the aorta which we will call the *system* for the purpose of this problem.



   a. Write the law of balance of volume of blood in dynamical form (differential form) for the system. Label and explain all the currents that appear in this equation. [1 P.]
   b. During a short period, the volume of blood of the system has increased by 10.0 mL. In the same period, 2.0 mL of blood have flowed into the torso, and 0.50 mL have flowed through each of the artieries. How much blood has flowed into the system from the left ventricle during this period? [1 P.]
   c. Assume the period described in Problem b to have lasted for 0.050 s. What is the average rate of change of the volume of the system? [1 P.]
   d. Again consider the period described in Problem b having a length of 0.050 s. What is the average volume current through the artery from point A to point B into the right arm and the head? [1 P.]
   e. The hydraulic resistance for laminar flow of blood from A to B is $2.0 \cdot 10^7$ Pa·s/m^3. What is the pressure difference for the current calculated in Problem d? [1 P.]
   f. The artery splits into two branches at point B. There are three flows, one toward B, and two away from B. What is the relation between these three flows? (Explain your reasoning.) [1 P.]

4. In the diagram on the right, you see data for the flow of blood out of the left ventricle of the heart into the aorta (dashed-dotted line), the pressure of the blood in the left ventricle (solid line) and the pressure in the aorta near the ventricle. An enlarged diagram is printed on a separate page together with a table of values.

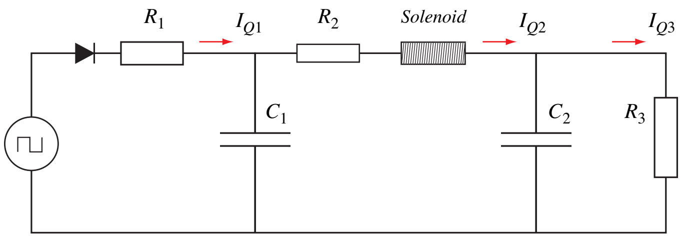


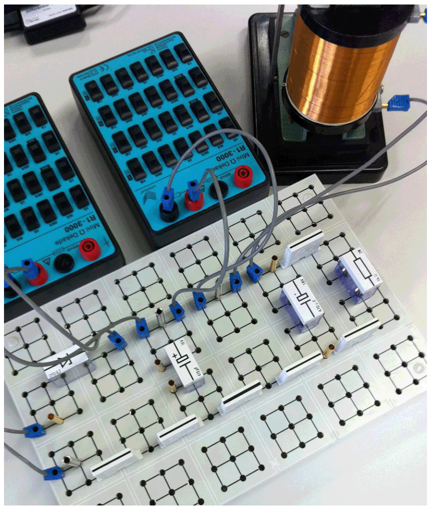
   a. Draw the diagram for an electric windkessel circuit having a single storage element for the aorta. Label all the variables in the diagram (using *electric* quantities) and identify the three variables that correspond to the hydraulic quantities in the diagram showing the data. [1 P.]
   b. Determine and draw as carefully as possible the *energy* current leaving the left ventricle with the blood. [1 P.]
   c. Determine and draw as carefully as possible the energy current entering the aorta together with the blood. [1 P.]
   d. Determine the quantity of energy that flows out of the heart and into the aorta, respectively, during a cardiac period (from 0.60 s to 1.2 s). Why are these two values different? [2 P.]

e. The pumping function of the left ventricle can be described in a simplified manner by the following 4-step cycle. (1) The ventricle obtains 30 mL of blood at low constant pressure of 3 kPa. (2) The pressure of the blood is raised to 13 kPa while the valves are closed. (3) 30 mL of blood are expelled a constant high pressure of 13 kPa. (4) The pressure of the remaining blood is lowered to 3 kPa while the valves are closed. What is the *net* transfer of energy from the muscle of the heart to the blood in one cardiac cycle? [1 P.]

f. Explain why the amount of energy determined in Problem e is smaller than the amount of energy flowing with the blood out of the ventricle. [1 P.]

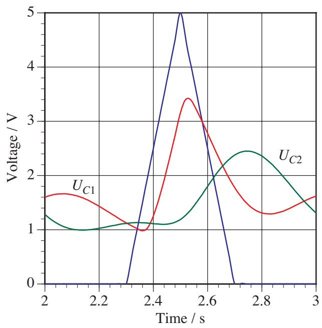
5. We will analize an electric windkessel circuit having two capacitors and a *real* solenoid plus an additional measuring resistor R_2. The circuit is operated with the help of a power supply (whose voltage is changed rhythmically) via a diode and a resistor R_1. At the right end, there is an addition resistor R_3 for discharge of the capacitors.

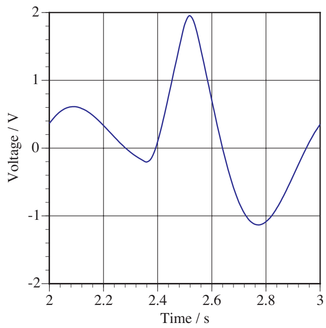




Below, in the first diagram, you can find the voltages as functions of time across the power supply (triangular signal) and across the capacitors. The second diagram shows the voltage across the *real solenoid*. Enlarged diagrams are given on a separate page.

Data: Capacities of the capacitors: 500 µF. Resistance of resistor R_1: 100 Ω. Resistance of measuring resistor R_2: 50 Ω. Resistance of the solenoid: 100 Ω. Inductance of the solenoid: 40 H. Resistance of resistor R_3: 1000 Ω. Voltage across the diode (when charge is flowing): 0.50 V.





a. Determine as carefully as possible the period during which charge is flowing through R_1. Explain how you obtain your result. [1 P]

b. For the points in time 2.32, 2.36, 2.40, 2.44, 2.48, 2.52, 2.56 s, determine the electric current through R_1 with the help of data in the diagrams. Draw the current as a function of time. [2 P.]

c. The voltage across the real solenoid is given in the second diagram. Why can't it be used to determine the electric current I_{Q2} directly? [1 P.]

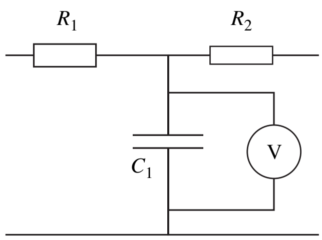
d. For the points in time 2.0, 2.2, 2.4, 2.6, 2.8, 3.0 s, determine the voltage across R_2. Draw the result as a function of time. [2 P.]

e. Determine and draw the electric current I_{Q2} as a function of time. [2 P.]

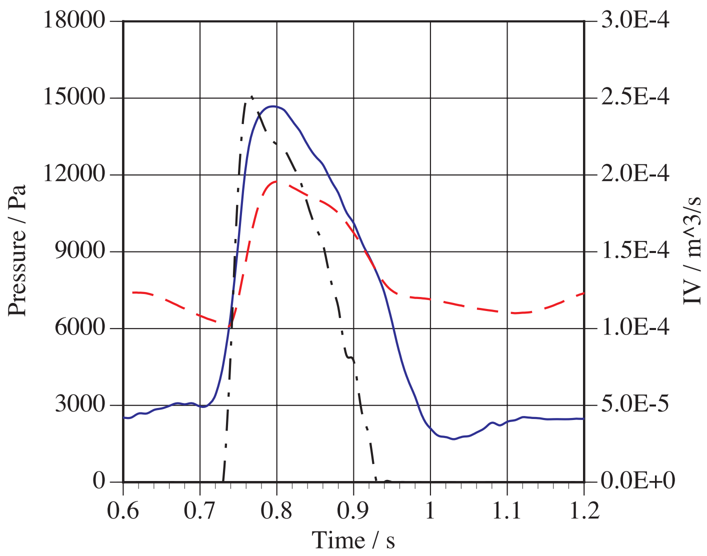
f. Determine the inductive voltage of the solenoid for $t = 2.60$ s. [2 P.]

g. Imagine you had calculated the value of the inductive voltage for many points in Problem f to create a diagram for the resulting function of time. Explain how you can obtain the electric current $I_{Q2}(t)$ from this diagram. [2 P.]

h. Imagine the voltmeter for measuring U_{C1} (see the figure on the right) having a relatively low resistance. For this reason, the voltmeter must be included in a dynamical model of the circuit. (1) Formulate the law of balance of charge for C_1 in dynamical form (differential form). (2) If the rate of change of charge of C_1 is known, how can you calculate the rate of change of U_{C1}? [2 P.]

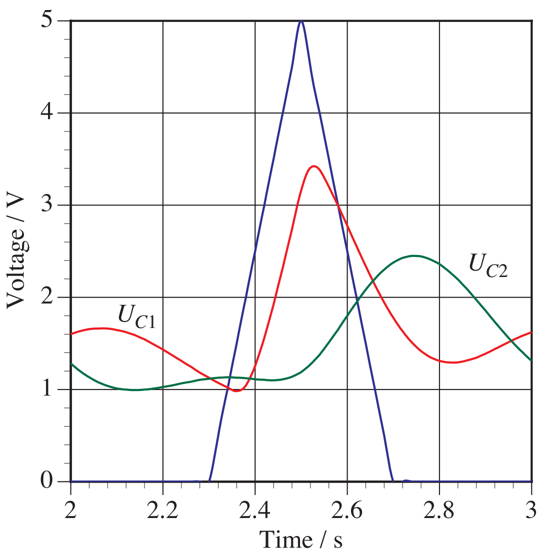


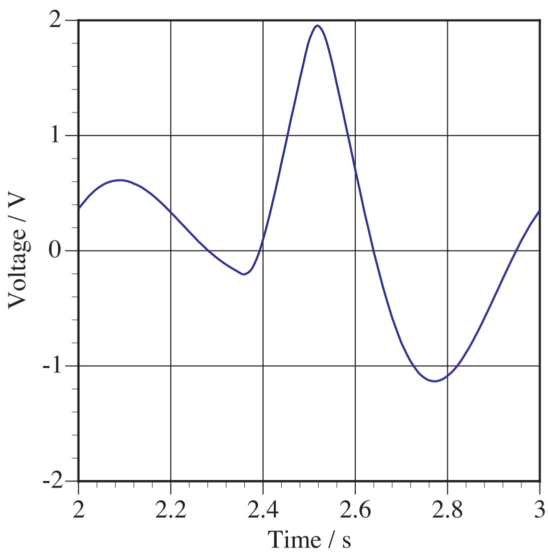
Problem 4



t/s	pLV/Pa	pA/Pa	IV/m^3/s
0.73	4540	6190	0.00E+00
0.74	6540	6160	8.50E-05
0.75	9400	7180	1.94E-04
0.77	13800	10100	2.48E-04
0.79	14700	11600	2.25E-04
0.81	14500	11700	2.16E-04
0.83	13700	11400	1.97E-04
0.85	12700	11100	1.66E-04
0.87	11800	10800	1.32E-04
0.89	10600	10100	8.37E-05
0.91	9410	9170	4.73E-05
0.92	8810	8750	3.05E-05
0.93	8180	8240	0.00E+00

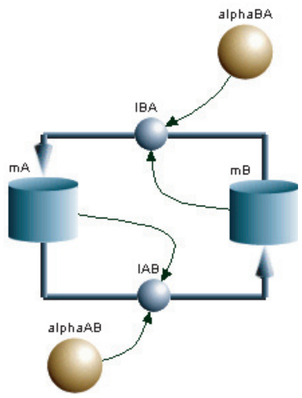
Problem 5





1. Carbon model

a. Two reservoirs and two flows. A flow is determined by the value of a reservoir and a rate constant.



b.

$$I_{AB} = \alpha_{AB} m_A$$
$$I_{BA} = \alpha_{BA} m_B$$

c.

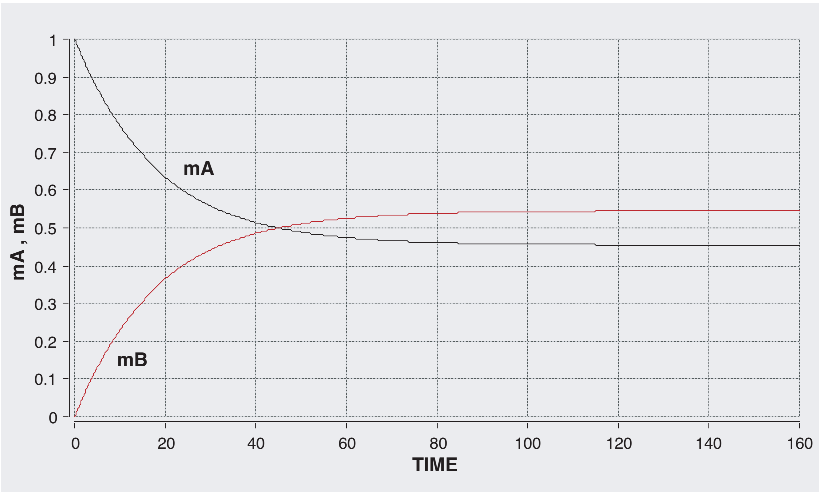
$$\frac{dm_A}{dt} = \alpha_{BA} m_B - \alpha_{AB} m_A$$
$$\frac{dm_B}{dt} = \alpha_{AB} m_A - \alpha_{BA} m_B$$

d.

$$\frac{dm_A}{dt} = 0 \quad , \quad \frac{dm_B}{dt} = 0 \quad \Rightarrow$$
$$\alpha_{BA} m_B^{eq} - \alpha_{AB} m_A^{eq} = 0 \quad \Rightarrow \quad m_A^{eq} = \frac{\alpha_{BA}}{\alpha_{AB}} m_B^{eq}$$

e. Unendlich viele. Weil die beiden Gleichungen in (c) linear voneinander abhängig sind, ist die Lösung nur bis auf eine frei wählbare dynamische Grösse spezifiziert. Jeder Wahl dieser Grösse entspricht eine Lösung.

f.



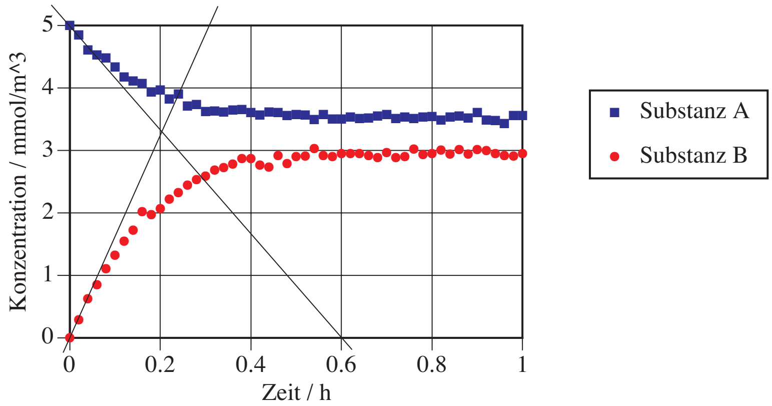
2. **Reaction**

a. (1) Graphical determination of the rates of change of concentrations:

$$\frac{dc_A}{dt} \approx \frac{-5.0}{0.60}\frac{\text{mmol}}{\text{h}} = -8.3\frac{\text{mmol}}{\text{h}}$$

$$\frac{dc_B}{dt} \approx \frac{5.0}{0.30}\frac{\text{mmol}}{\text{h}} = 16.7\frac{\text{mmol}}{\text{h}}$$

$$\frac{dc_A}{dt} \approx -0.5\frac{dc_B}{dt}$$



(2) Aus der Reaktionsgleichung folgt, dass in jedem Einzelschritt der Reaktion ein Teilchen von A verschwindet und zwei Teilchen von B entstehen. Daher muss die Änderungsrate der Konzentrationen von A halb so gross sein, wie jene von B und sich im Vorzeichen unterscheiden.

b.

$$\left[k_{hin}\right] = \text{h}^{-1} \quad \text{bzw.} \quad \text{T}^{-1}$$

$$\left[k_{rück}\right] = \text{mmol}^{-1}\text{m}^3\text{h}^{-1} \quad \text{bzw.} \quad [n]^{-1}\text{L}^3\text{T}^{-1}$$

c.

$$\frac{dc_A}{dt} = k_{rück}c_B^2 - k_{hin}c_A = k_{rück}\left(c_B^2 - \frac{k_{hin}}{k_{rück}}c_A\right)$$

$$= k_{rück}\left(c_B^2 - \mathcal{K}c_A\right)$$

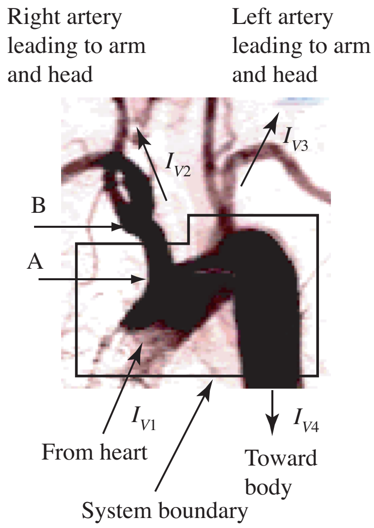
d.

$$\mathcal{K} = \frac{k_{hin}}{k_{rück}} = \frac{\left(c_B^{eq}\right)^2}{c_A^{eq}} \approx 2.5\frac{\text{mmol}}{\text{m}^3}$$

3. **Aorta**

a. The indicated system has one inflow and three outflows:

$$\dot{V} = I_{V1} - I_{V2} - I_{V3} - I_{V4}$$



b. Intagrated form of balance of volume:

$$\begin{aligned} \Delta V &= V_{e1} - V_{e2} - V_{e3} - V_{e4} \\ V_{e1} &= \Delta V + V_{e2} + V_{e3} + V_{e4} \\ &= (10.0 + 2.0 + 0.5 + 0.5)\text{mL} \\ &= 13.0\text{mL} \end{aligned}$$

c.

$$\bar{\dot{V}} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{10\text{mL}}{0.050\text{s}} = 2.0 \cdot 10^{2} \frac{\text{mL}}{\text{s}} = 2.0 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

d.

$$\bar{I}_{V2} = \frac{V_{e2}}{\Delta t} = \frac{0.5\text{mL}}{0.050\text{s}} = 10 \frac{\text{mL}}{\text{s}} = 1.0 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

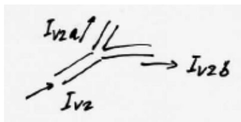
e.

$$\bar{I}_{V2} = \frac{\Delta \bar{p}_{\text{AB}}}{R_{V2}} \quad \Rightarrow$$

$$\Delta \bar{p}_{\text{AB}} = R_{V2} \bar{I}_{V2} = 2.0 \cdot 10^{2}\,\text{Pa}$$

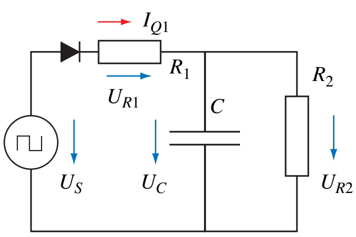
f. Junction rule (node is not a storage element):

$$\dot{V}_{node} = 0 \quad \Rightarrow \quad I_{V2} = I_{V2a} + I_{V2b}$$



4. **Circulatory system and energy**

a.

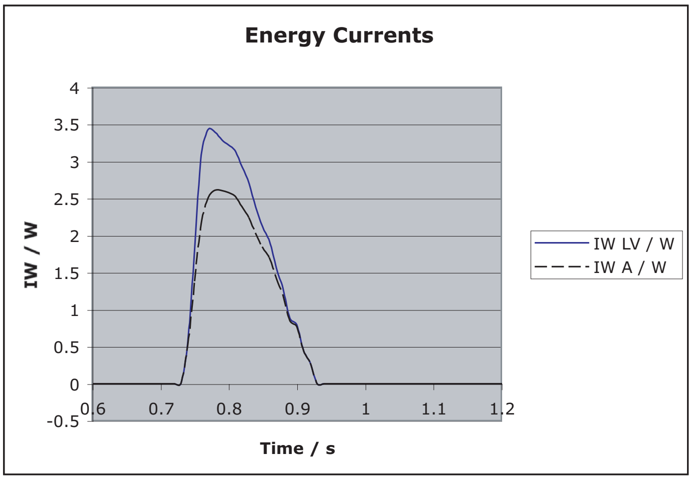


Variables associated with data:

I_{Q1}: Bloodflow from left ventricle
U_S: Pressure of blood in left ventricle
U_C: Pressure of blood in aorta

b. Energy currents as functions of time given in the follwoing diagram:

c.



d. $W_{e,LV} = 0.39$ J, $W_{e,A} = 0.32$ J. The values are different because of dissipation between the LV and the aorta (resistive flow).

e. Amount of energy exchanged relative to LV with blood flowing in and out:

$$W_{e,in} = p_{in}V_e = 3.0 \cdot 10^3\,\text{Pa} \cdot 30 \cdot 10^{-6}\,\text{m}^3 = 90 \cdot 10^{-3}\,\text{J}$$

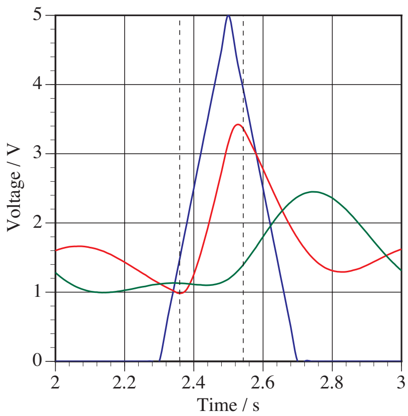
$$W_{e,out} = p_{out}V_e = 13.0 \cdot 10^3\,\text{Pa} \cdot 30 \cdot 10^{-6}\,\text{m}^3 = -390 \cdot 10^{-3}\,\text{J}$$

Therefore, the net energy exchanged between heart muscle and blood is 0.30 J.

f. The heart muscle receives energy from the blood flowing in. The energy flowing out is only the one communicated to the blood when the LV ejects the blood (when the muscle contracts). This is equal to $W_{e,out}$ which is equal to the amount calculated in d.

5. Elekctric windkessel

a. Electricity flows only when the voltage of the power supply is at least 0.5 V higher than that of C1. This is the case for 2.36 s ≤ t ≤ 2.54 s.



b.

$$I_{Q1} = \frac{U_{R1}}{R_1}$$

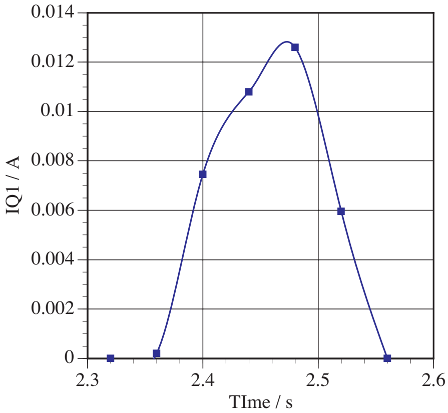
$$U_{R1} = U_S - U_{C1} - U_D \quad if \quad U_S - U_{C1} - U_D > 0$$

$$U_{R1} = 0 \quad if \quad U_S - U_{C1} - U_D \le 0$$

With UD = 0.5 V we obtain the results in Table 1:

Table 1

t / s	US / V	UC1 / V	UR1 / V	IQ1 / A
2.32	0.5	1.071	0	0
2.36	1.5	0.979	0.0208	2.08E–4
2.4	2.5	1.254	0.746	7.46E–3
2.44	3.5	1.923	1.077	1.08E–2
2.48	4.5	2.737	1.263	1.26E–2
2.52	4.5	3.405	0.595	5.95E–3
2.56	3.5	3.201	0	0

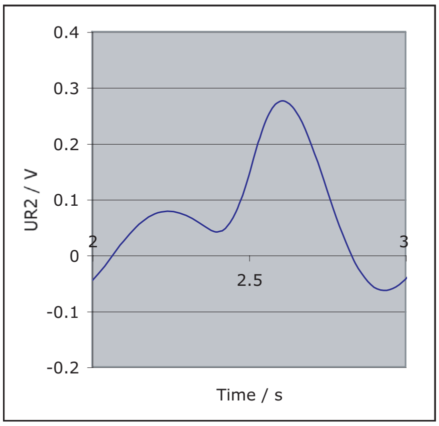


c. The voltage across the solenoid is the sum of two voltages due to induction and resistance. Only if we know the parts separately can be determine the current.

d. Use the loop rule for the second loop:

$$U_{R2} = U_{C1} - U_{C2} - U_{Solenoid}$$

Results in Table 2.



e. The current in the second branch is calculated with the help of the voltage across the additional resistor R2:

$$I_{Q2} = \frac{U_{R2}}{R_2}$$

Results in Table 2. IQ2 has the same shape as UR2.

Table 2

t / s	UC1 / V	UC2 / V	Usol / V	UR2 / V	IQ2 / A	URL / V	UL / V
2.0	1.60	1.28	0.365	– 4.58E–2	– 9.16E-04	– 9.16E-02	4.56E-01
2.2	1.43	1.02	0.334	7.40E-2	1.48E-03	1.48E-01	1.86E-01
2.4	1.25	1.11	0.101	4.17E–2	8.34E-04	8.34E-02	1.72E-02
2.6	2.78	1.80	0.702	2.75E-1	5.50E-03	5.50E-01	1.52E-01
2.8	1.31	2.36	-1.08	3.688E–2	7.38E-04	7.38E-02	– 1.16E+00
3.0	1.62	1.31	0.353	– 4.30E–2	– 8.59E-04	– 8.59E-02	4.39E-01

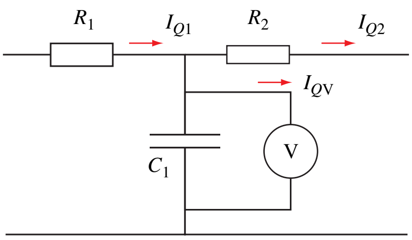
f.

$$U_L = U_{Solenoid} - U_{RL}$$
$$U_{RL} = R_L I_{Q2}$$

$$U_{RL}(t = 2.6\text{s}) = 100 \cdot 5.50 \cdot 10^{-3}\,\text{V} = 0.55\text{V}$$
$$U_L(t = 2.6\text{s}) = 0.702\text{V} - 0.55\text{V} = 0.152\text{V}$$

g. Having UL(t), you can divide the result by L and obtain dIQ2/dt as a function of time. This function has to be integrated over time. (We also need the initial value of IQ2(t = 2 s).)

h.



$$\dot{Q}_1 = I_{Q1} - I_{Q2} - I_{QV}$$

$$\frac{d}{dt}(Q_1) = \frac{d}{dt}(CU_{C1}) = C_1 \frac{d}{dt} U_{C1}$$