

## NTS2: Natur, Technik, Systeme

### Test 1, April 2014

Zweites Semester WI13

---

Erlaubte Hilfsmittel: **Bücher, Skript und persönlich verfasste Zusammenfassung**. Rechen- und Schreibzeugs.

Antworten müssen begründet und nachvollziehbar sein.

Dauer der Prüfung: 60 Minuten.

#### Wasser mit einer Wärmepumpe heizen

In einem Warmwassertank befinden sich 500 Liter Wasser bei  $57^{\circ}\text{C}$ . Das Wasser soll mit einer Wärmepumpe weiter geheizt werden und zwar so, dass seine Temperatur mit  $1.0^{\circ}\text{C}$  pro Minute steigt.

Der Warmwassertank ist gut aber nicht perfekt isoliert. Der Entropieleitwert vom Wasser zur Umgebung beträgt  $0.50 \text{ W/K}^2$ . Die Temperatur der Umgebung des Speichers ist  $27^{\circ}\text{C}$ .

Das Wasser hat eine konstante spezifische Energiekapazität von  $4180 \text{ J/(K}\cdot\text{kg)}$ , was bei der Temperatur des Wassers einer spezifischen Entropiekapazität von  $12.7 \text{ J/(K}^2\cdot\text{kg)}$  entspricht.

- Bestimmen Sie die Stärke des Entropiestroms, der von der Wärmepumpe geliefert werden muss, damit das Wasser wie beschrieben wärmer wird. (Sie sollten etwa  $120 \text{ W/K}$  erhalten.) [3 P]
- Nehmen Sie an, Sie hätten eine perfekt ideal arbeitende Wärmepumpe, die die notwendige Entropie aus der Umgebungsluft bei  $27^{\circ}\text{C}$  holt. Wie gross müsste die elektrische Betriebsleistung der idealen Wärmepumpe sein? [2 P]
- Nehmen Sie nun an, dass die Entropie aus der Umgebungsluft zuerst durch einen Wärmetauscher muss, bevor sie in die (endoreversible) Wärmepumpe geht und auf die  $57^{\circ}\text{C}$  gepumpt werden kann. Der Wärmetauscher kann durch einen Entropieleitwert von  $5.0 \text{ W/K}^2$  beschrieben werden. Wie gross muss nun die elektrische Antriebsleistung der Wärmepumpe gemacht werden? [5 P]
- ZUSATZAUFGABE. Wie gross ist die Entropieproduktionsrate im Modell von Aufgabe c? Wie gross ist die Verlustleistung? [3 P]

## NTS2: Natural and Technical Systems

### Test 1, April 2014

Second Semester WI13

---

Allowed tools: **Books. Lecture Notes and personally written summary.** Calculators and writing materials.

Answers must be explained and must be documented.

Duration of the exam: 60 minutes.

#### Heating water with a heat pump

We have 500 liters of water at  $57^{\circ}\text{C}$  in a warm water storage tank. The water needs to be heated further with a heat pump in such a way that its temperature rises at  $1.0^{\circ}\text{C}$  per minute.

The warm water tank is not perfectly insulated. The entropy conductivity from water to environment equals  $0.50 \text{ W/K}^2$ . The ambient temperature is equal to  $27^{\circ}\text{C}$ .

The water has a constant specific energy capacitance (specific heat) of  $4180 \text{ J/(K}\cdot\text{kg)}$ . This corresponds to a specific entropy capacitance of  $12.7 \text{ J/(K}^2\text{kg)}$  at  $57^{\circ}\text{C}$ .

- Determine the entropy current that must be delivered by the heat pump so that the water gets warmer as required. (You should get a value of around  $120 \text{ W/K}$ .) [3 P.]
- Assume we have an ideal heat pump that takes the necessary entropy from the air of the environment at  $27^{\circ}\text{C}$ . What must be the electric power driving the ideal heat engine? [3 P.]
- Now assume that the entropy coming from the air of the environment must first pass through a heat exchanger before entering the (endoreversible) heat pump and being pumped to  $57^{\circ}\text{C}$ . The heat exchanger has an entropy conductance of  $5.0 \text{ W/K}^2$ . How large do we have to make the electric power driving the heat pump? [5 P.]
- ADDITIONAL PROBLEM. What is the entropy production rate in the case of Question c? What is the loss of power? [3 P.]

## Solutions

a.

$$\begin{aligned}\dot{S} &= I_{S,in} - I_{S,out} \\ \dot{S} &= mk\dot{T} \\ I_{S,out} &= G_{S,out}(T - T_a) \\ \Rightarrow I_{S,in} &= mk\dot{T} + G_{S,out}(T - T_a) \\ &= 500 \cdot 12.7 \cdot \frac{1.0 \text{ W}}{60 \text{ K}} + 0.50 \cdot (57 - 27) \frac{\text{W}}{\text{K}} \\ &= 121 \frac{\text{W}}{\text{K}}\end{aligned}$$

b.

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_{el} &= \mathcal{P}_{th} \\ \mathcal{P}_{th} &= (T_w - T_a)I_{S,in} \\ &= (330 - 300) \cdot 121 \text{ W} = 3.63 \text{ kW}\end{aligned}$$

c.

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_{el} &= \mathcal{P}_{th} \\ \mathcal{P}_{th} &= (T_w - T_1)I_{S,in} \\ I_{E,th,env} = I_{E,th,1} &\Rightarrow T_a I_{S,a} = T_1 I_{S,in} \\ I_{S,a} &= G_{S,HE}(T_a - T_1) \\ \Rightarrow T_a G_{S,HE}(T_a - T_1) &= T_1 I_{S,in} \\ \Rightarrow T_a G_{S,HE} T_a &= (I_{S,in} + T_a G_{S,HE}) T_1 \\ \Rightarrow T_1 &= \frac{T_a G_{S,HE} T_a}{I_{S,in} + T_a G_{S,HE}} = \frac{300^2 \cdot 5.0}{121 + 5.0 \cdot 300} \text{ K} = 277.6 \text{ K} \\ \Rightarrow \mathcal{P}_{el} &= (T_w - T_1)I_{S,in} = (330 - 277.6) \cdot 121 \text{ W} = 6.34 \text{ kW}\end{aligned}$$

d.

$$\begin{aligned}T_a I_{S,a} &= T_1 I_{S,in} \\ \Pi_S &= I_{S,in} - I_{S,a} = I_{S,in} - \frac{T_1}{T_a} I_{S,in} \\ &= \left(1 - \frac{277.6}{300}\right) \cdot 121 \frac{\text{W}}{\text{K}} = 9.03 \frac{\text{W}}{\text{K}} \\ \mathcal{L} &= T_a \Pi_S = 300 \cdot 9.03 \text{ W} = 2.71 \text{ kW} \\ &= (\mathcal{P}_{el,real} - \mathcal{P}_{el,ideal})\end{aligned}$$