

NTS2: Natur, Technik, Systeme

Test 2, Mai 2014

Zweites Semester WI13

Erlaubte Hilfsmittel: **Bücher, Skript und persönlich verfasste Zusammenfassung.** Rechen- und Schreibzeugs.

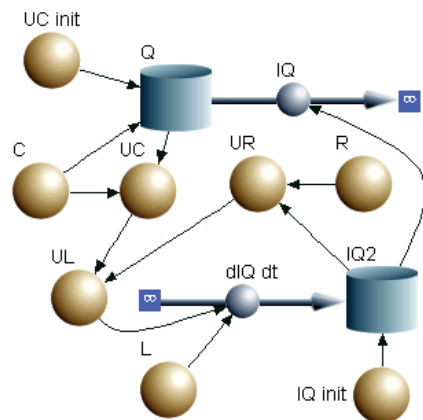
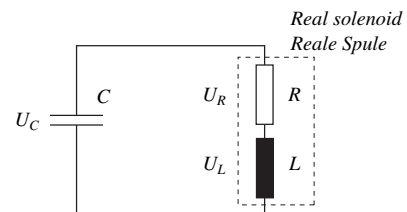
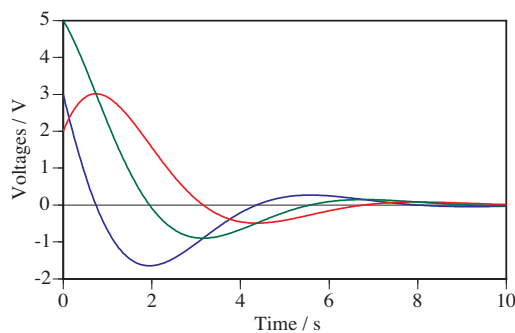
Antworten müssen begründet und nachvollziehbar sein.

Dauer der Prüfung: 60 Minuten.

Ein elektrischer Schwingkreis

Eine elektrische Schaltung (Figur rechts) besteht aus einer einzigen Schlaufe mit einem Kondensator und einer Spule in Serie. Die Kapazität des Kondensators ist 1.0 F, die Induktivität und der Widerstandswert der Spule betragen 1.0 H und 1.0 Ω .

In der zweiten Figur rechts sieht man das Diagramm eines dynamischen Modells des Stromkreises. Im Diagramm unten ist eine Simulation aller Spannungen gezeigt. Die Simulation wurde mit den folgenden Anfangsbedingungen durchgeführt: $U_C(0) = 5.0$ V und $I_Q(0) = 2.0$ A gezeigt.



- Welche Kurve im Diagramm gehört zu welcher Spannung? (Erklärung...) [1 P]
- Betrachten Sie den Moment, in dem U_L zum ersten Mal gleich Null ist. Welche Eigenschaften hat die Kurve für U_R in diesem Moment? (Erklärung...) [1 P]
- Skizzieren Sie so genau wie möglich das Diagramm für die Änderungsrate der Stromstärke als Funktion der Zeit. [1 P]

- d. Formulieren Sie sämtliche Gleichungen des hier dargestellten Modells. [3 P]
- e. Transformieren Sie die Gleichungen des Modells so, dass sie am Schluss zwei Differentialgleichungen erster Ordnung für Q und I_Q mit den zugehörigen Anfangsbedingungen haben. [2 P]
- f. Wieviel Energie ist bei $t = 0$ s im Kondensator gespeichert? Wieviel im induktiven Element? Wie gross ist die Energie dieser beiden Elemente zusammen nach langer Zeit? Was ist mit der Energie von Kondensator und induktivem Element geschehen? [2 P]

NTS2: Natural and Technical Systems

Test 2, May 2014

Second Semester WI13

Allowed tools: **Books. Lecture Notes and personally written summary.** Calculators and writing materials.

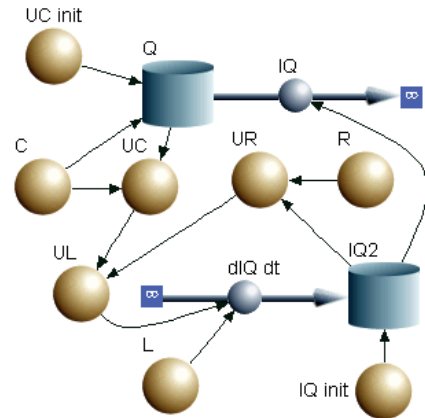
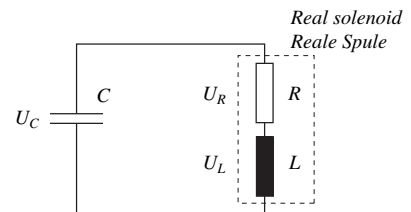
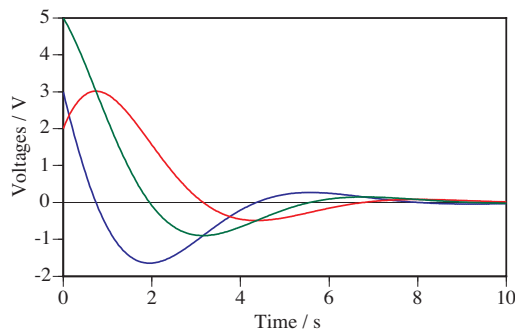
Answers must be explained and must be documented.

Duration of the exam: 60 minutes.

An electric oscillator

Investigate a circuit (figure on the right) consisting of a single loop with a capacitor and a solenoid in series. The capacitance of the capacitor equals 1.0 F. Inductance and resistance equal 1.0 H and 1.0 Ω , respectively.

In the second figure on the right we see the diagram of a dynamical model of the circuit. Below, there is a diagram showing a simulation of all the voltages. The simulation was performed with the following initial conditions: $U_C(0) = 5.0$ V und $I_Q(0) = 2.0$ A.

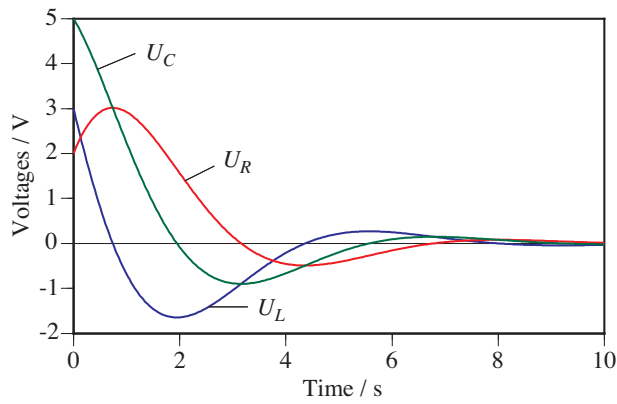


- Which curve in the diagram belongs to which voltage? (Explain...) [1 P]
- Consider the moment when U_L is equal to zero for the first time. What properties are exhibited by the curve for U_R at this moment? (Explain...) [1 P]
- Sketch as carefully as possible the diagram for the rate of change of the current as a function of time. [1 P]

- d. Formulate all the equations for the model shown in the figure above. [3 P]
- e. Transform the equations of the model in such a way that you end up with two differential equations of first order for Q and I_Q including proper initial conditions. [2 P]
- f. How much energy is stored in the capacitor at $t = 0$ s? How much energy is in the inductive element? What is the energy of these elements after a long time? What happened with the energy of the capacitor and the inductor in the course of time? [2 P]

Solutions

a.

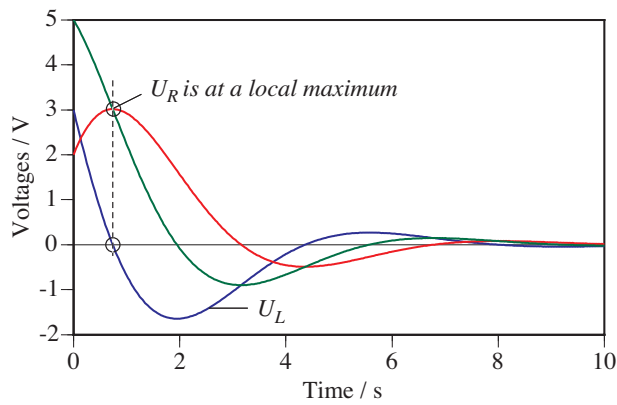


$$U_C(0) = 5.0\text{V}$$

$$U_R(0) = \frac{1}{R} I_Q(0) = \frac{1}{1.0} 2.0\text{V} = 2.$$

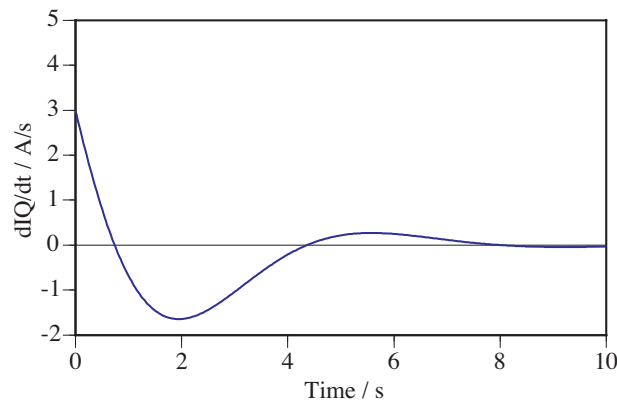
$$U_L(0) = U_C(0) - U_R(0) = 3.0\text{V}$$

b.



When $U_L = 0$, then $U_R = U_C$ and $dI_Q/dt = 0$. This means that I_Q has a (local) maximum (or minimum). Since $U_R = R I_Q$, U_R also has a maximum.

c.



$$\frac{dI_Q}{dt} = \frac{1}{L} U_L, \quad L = 1$$

d.

Generic	Constitutive	Parameters
$\frac{dQ}{dt} = -I_Q$ $Q(0) = CU_C(0) = 5.0C$ $U_L = U_C - U_R$	$Q = CU_C$ $U_R = RI_Q$ $\frac{dI_Q}{dt} = \frac{1}{L}U_L$ $I_Q(0) = 2.0A$	$C = 1.0F$ $R = 1.0\Omega$ $L = 1.0H$

e.

$$\frac{dQ}{dt} = -I_Q \quad Q(0) = CU_C(0) = 5.0C$$

$$\frac{dI_Q}{dt} = \frac{1}{L} \left(\frac{Q}{C} - RI_Q \right) \quad I_Q(0) = 2.0A$$

f.

$$E_C = 0.5 \cdot C \cdot U_C^2 = 0.5 \cdot 1 \cdot 5^2 = 12.5 \text{ J}$$

$$E_L = 0.5 \cdot L \cdot I_Q^2 = 0.5 \cdot 1 \cdot 2^2 = 2.0 \text{ J}$$

After long time: $E_C + E_L = 0$ (14.5 J dissipated in the resistive element).