

# NTS1: Natur, Technik, Systeme

## Test 1, Oktober 2014

Erstes Semester WI14

---

Erlaubte Hilfsmittel: **Bücher, persönlich verfasstes Journal und Zusammenfassung.** Rechen- und Schreibzeugs.

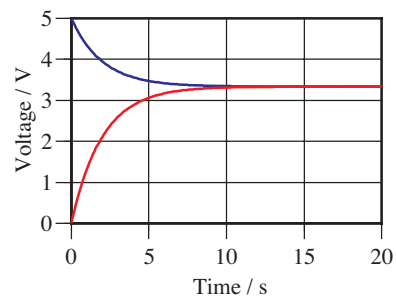
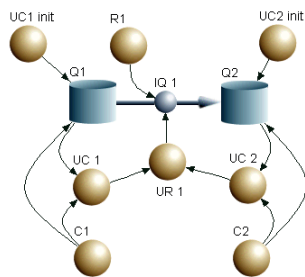
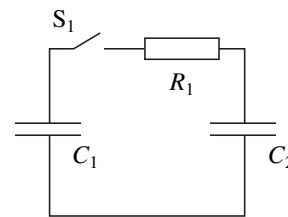
Antworten müssen begründet und nachvollziehbar sein.

Dauer der Prüfung: 60 Minuten.

### Elektrische Schaltung modellieren

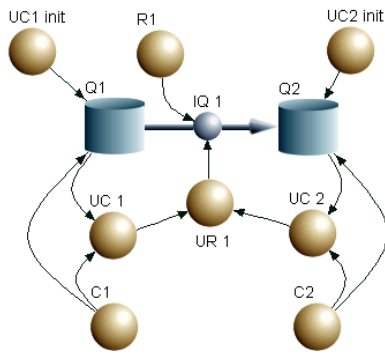
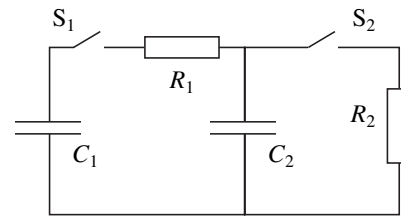
Eine Schaltung mit zwei Kondensatoren soll in zwei Schritten untersucht und modelliert werden. Die Kapazität von Kondensator C1 beträgt  $60 \mu\text{F}$ .

Sie haben das Modell von zwei miteinander verbundenen Kondensatoren wie in nebenstehendem Schaltungsdiagramm und eine Simulation dieses Modells zur Verfügung. (Der erste Kondensator C1 ist dabei am Anfang geladen, der zweite ist ungeladen.)



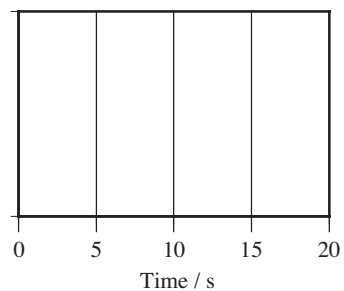
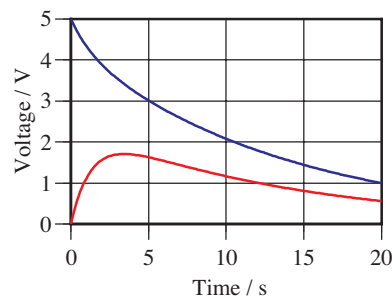
- Formulieren Sie die Bilanzgleichungen für die Ladung für die Schaltung. [0.5 P.]
- Bestimmen Sie die Kapazität des zweiten Kondensators. Geben Sie genau an, wie Sie Ihr Resultat erhalten. Uns interessiert die Begründung und der Berechnungsweg, nicht der Zahlenwert an sich. Das Resultat sollte  $30 \mu\text{F}$  sein. Verwenden Sie diesen Wert in den weiteren Aufgaben. [0.5 P.]
- Bestimmen Sie den Widerstandswert des Widerstandselementes  $R_1$  (Sie sollten  $100 \text{ k}\Omega$  erhalten). [1 P.]

- d. Ergänzen Sie nun die Flowchart des Modells zeichnerisch so, dass ein Modell für die Schaltung mit einem zweiten Widerstandselement  $R_2$  entsteht (wie im Diagramm gezeigt). Bei  $t = 0$  werden beide Schalter geschlossen. Formulieren Sie alle Gleichungen des neuen Modells. [1 P.]



Gleichungen:

- e. Eine Simulation des neuen Modells mit  $R_2 = 100 \text{ k}\Omega$  ergibt die untenstehenden Kurven für  $U_{C1}$  und  $U_{C2}$ . Skizzieren Sie so exakt wie möglich die Stärke des elektrischen Stromes durch  $R_2$  als Funktion der Zeit (Zahlenwerte auf den Achsen!). [1 P.]



- f. Erklären Sie, warum die Steigungen der Kurven bei  $t = 0$  gleich denen bei der Simulation des ersten Modells (ohne  $R_2$ ) sind. [1 P.]

# NTS1: Natural and Technical Systems

## Test 1, October 2014

First Semester WI14

---

Allowed tools: **Books. Personally written journal and summary.**  
Calculators and writing materials.

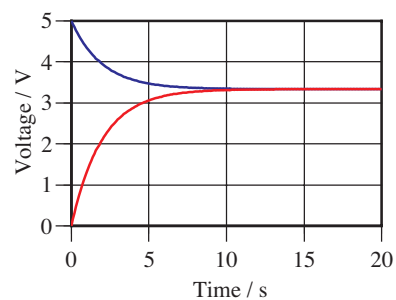
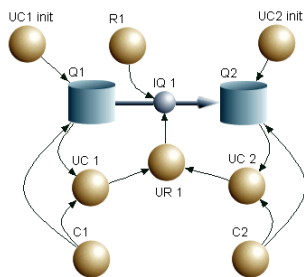
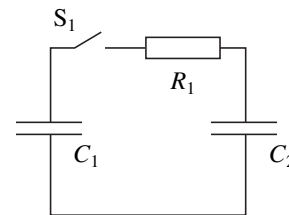
Answers must be explained and must be documented.

Duration of the exam: 60 minutes.

### Modeling an electric circuit

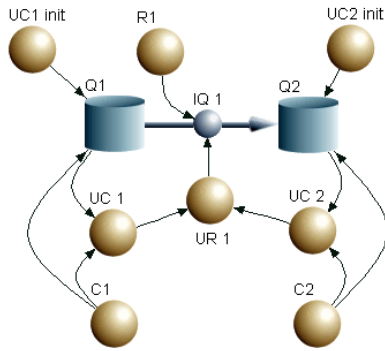
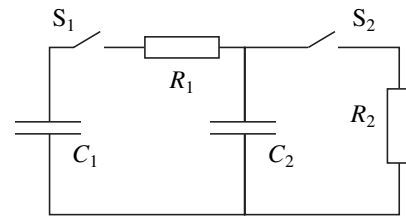
A circuit having two capacitors is to be modeled and investigated in two steps. The capacitance of capacitor  $C_1$  is equal to  $60 \mu\text{F}$ .

A model of two connected capacitors and a simulation of the model are given below. (The first capacitor  $C_1$  is initially charged, the second capacitor is uncharged.)



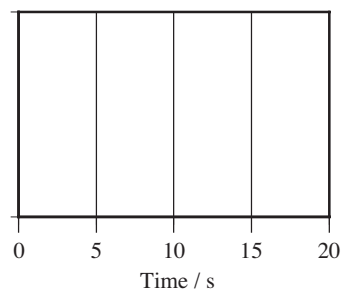
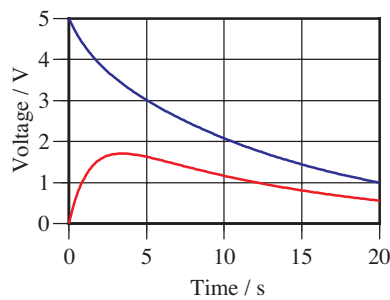
- Formulate the laws of balance of charge for the circuit. [0.5 P.]
- Determine the capacitance of the second capacitor. Explain in detail how you reach this result (you should obtain a value of  $30 \mu\text{F}$ ). [0.5 P.]
- Determine the resistance of resistor  $R_1$ . Explain in detail how you reach this result (you should obtain a value of  $100 \text{ k}\Omega$ ). [1 P.]

- d. Complete the flowchart of the model so that you obtain the chart for a model including a second resistor  $R_2$  (as shown in the diagram). At  $t = 0$ , both switches are closed. Formulate all the equations of the new model. [1 P.]



Equations:

- e. A simulation of the new model using  $R_2 = 100 \text{ k}\Omega$  leads to the functions  $U_{C1}$  and  $U_{C2}$  shown below. Sketch the electric current through  $R_2$  as a function of time as exactly as possible (with numbers on the axes of the diagram!). [1 P.]



- f. Explain why the slopes of the functions  $U_{C1}$  and  $U_{C2}$  at  $t = 0$  are equal to the slopes in the simulation of the first model (without  $R_2$ ). [1 P.]

## Solutions

a.

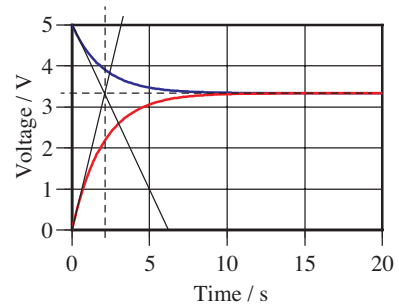
$$\frac{d}{dt} Q_1 = -I_{Q1} \quad , \quad \frac{d}{dt} Q_2 = I_{Q1}$$

b. Balance of charge (integrated form):

$$\begin{aligned} \Delta Q_1 &= -\Delta Q_2 \\ \Rightarrow \Delta(C_1 U_{C1}) &= -\Delta(C_2 U_{C2}) \\ \Rightarrow C_2 &= -\frac{\Delta(U_{C1})}{\Delta(U_{C2})} C_1 = -\frac{3.33 - 5.0}{3.33 - 0} 60 \mu\text{F} = 30 \mu\text{F} \end{aligned}$$

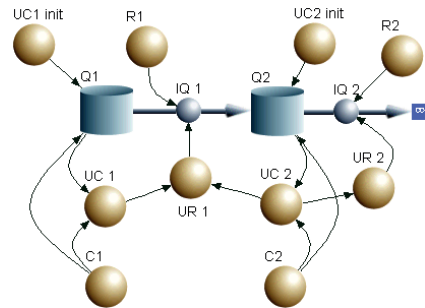
c.

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{U_{R1}(0)}{I_{Q1}(0)} \\ I_{Q1}(0) &= -\frac{d}{dt} Q_1 = -\frac{d}{dt} (C_1 U_{C1}) \\ &\approx -60 \cdot 10^{-6} \frac{-5.0}{6.0} \text{ A} = 50 \cdot 10^{-6} \text{ A} \\ R_1 &= \frac{U_{R1}(0)}{I_{Q1}(0)} \approx \frac{5.0}{50 \cdot 10^{-6}} \Omega = 10^5 \Omega \end{aligned}$$



d.

$$\begin{aligned} d/dt (Q1) &= -IQ\_1, \text{ INIT } Q1 = C1*UC1\_init \\ d/dt (Q2) &= +IQ\_1 - IQ\_2, \text{ INIT } Q2 = C2*UC2\_init \\ IQ\_1 &= UR\_1/R1 \\ IQ\_2 &= UR\_2/R2 \\ UC\_1 &= Q1/C1 \\ UC\_2 &= Q2/C2 \\ UR\_1 &= UC\_1 - UC\_2 \\ UR\_2 &= UC\_2 \end{aligned}$$



e.

$$I_{Q2} = \frac{1}{R_2} U_{R2} \quad , \quad U_{R2} = U_{C2}$$

f. Since  $UC2(0) = 0 \text{ V}$ ,  $IQ2(0) = 0 \text{ A}$ . Therefore,  $Q1$  and  $Q2$  change as in the first circuit at  $t = 0 \text{ s}$ . Therefore,  $UC1$  and  $UC2$  change just like they did in the first circuit at  $t = 0 \text{ s}$ .

