

NTS1: Natur, Technik, Systeme

Test 2, November 2014

Erstes Semester WI14

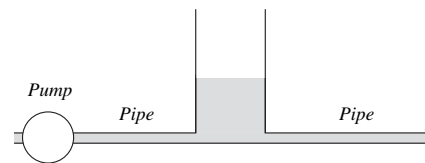
Erlaubte Hilfsmittel: **Bücher, persönlich verfasstes Journal und Zusammenfassung.** Rechen- und Schreibzeugs.

Antworten müssen begründet und nachvollziehbar sein.

Dauer der Prüfung: 60 Minuten.

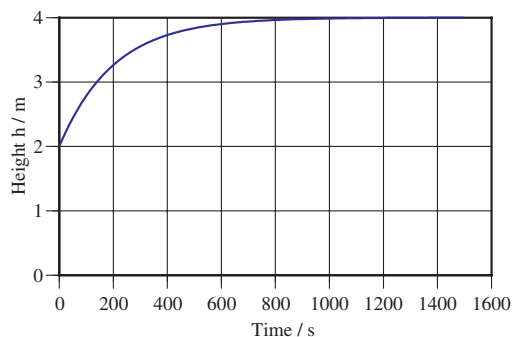
Hydraulisches System und Energie

Ein gradwandiger Tank wird mit Hilfe einer Pumpe durch ein Rohr am Boden mit Öl (Dichte 1000 kg/m^3) gefüllt. Gleichzeitig fließt das Öl aus dem zweiten Rohr in die Umgebung. Durch Regelung wird erreicht, dass der Volumenstrom von der Pumpe zeitlich konstant bleibt ($0.020 \text{ m}^3/\text{s}$). Der Strömungswiderstand für das Rohr von Pumpe zu Tank beträgt $R_{V1} = 1.0 \cdot 10^6 \text{ Pa}\cdot\text{s/m}^3$. Der Strom aus dem Tank ist proportional zur Füllhöhe (Strömungswiderstand $R_{V2} = 2.0 \cdot 10^6 \text{ Pa}\cdot\text{s/m}^3$).



Nehmen Sie $g = 10 \text{ N/kg}$ für Ihre Rechnungen. Nehmen Sie einen Umgebungsdruck von 0 Pa an. Für die nachfolgenden Energiebetrachtungen berücksichtigen Sie nur hydraulische und gravitative Erscheinungen (keine chemischen).

Der Tank hat einen Querschnitt von 1.0 m^2 . Am Anfang steht das Öl 2.0 m hoch. Eine Simulation des beschriebenen Modells führt auf die im Diagramm gezeigte Füllhöhe als Funktion der Zeit.



Hinweis: Ein paar Lösungen sind angegeben, damit Sie auch weiter arbeiten können, wenn Sie einen Schritt nicht hinkriegen.

- a. Stellen sie die Bilanzgleichung für das Volumen des Öls im Tank auf. [0.5 P.]
- b. Zeigen sie, dass das Öl höchstens 4.0 m steigen kann, wie man in der Simulation sieht. [0.5 P.]
- c. Berechnen Sie die Druckdifferenz, die die Pumpe gerade am Anfang aufsetzen muss, damit der Strom in den Tank wie angegeben $0.020 \text{ m}^3/\text{s}$ beträgt. (Sie sollten $4.0 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ erhalten.) [1 P.]
- d. Berechnen Sie die elektrische Leistung der Pumpe am Anfang. Sie hat einen Wirkungsgrad von 0.80. [1 P.]
- e. Berechnen Sie den Energiestrom, der am Anfang mit dem Öl in den Tank geht. [0.5 P.]
- f. Berechnen Sie den Energiestrom, der am Anfang mit dem Öl aus dem Tank fließt. [0.5 P.]
- g. Wie gross ist die Änderungsrate der Energie des Öls im Tank am Anfang? [0.5 P.]
- h. Wie gross ist die Änderung der Energie des Öls im Tank bis zu 1000 s? (Sie sollten $6.0 \cdot 10^4 \text{ J}$ erhalten.) [1 P.]
- i. Bestimmen Sie den Energiestrom in den Tank als Funktion der Zeit (zeichnen Sie die Funktion in einem Diagramm). Wieviel Energie hat das zufließende Öl bis $t = 1000 \text{ s}$ dem Tank zugeführt? (Sie sollten $7.2 \cdot 10^5 \text{ J}$ erhalten) [2 P.]
- j. Wieviel Energie ist bis zu $t = 1000 \text{ s}$ mit dem Öl aus dem Tank geflossen? [0.5 P.]

NTS1: Natural and Technical Systems

Test 2, November 2014

First Semester WI14

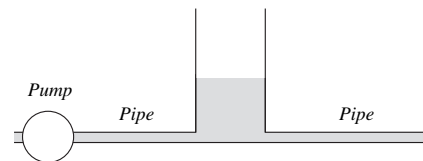
Allowed tools: **Books. Personally written journal and summary.**
Calculators and writing materials.

Answers must be explained and must be documented.

Duration of the exam: 60 minutes.

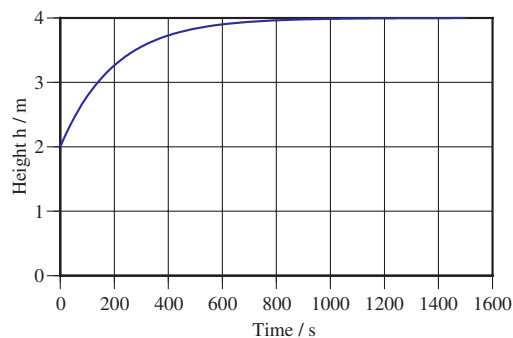
Hydraulic system and energy

A straight-walled tank is charged with oil with the help of a pump. The oil (density: 1000 kg/m^3) flows through a pipe at the bottom. At the same time, oil flows out the tank through a second pipe. A control mechanism is used to keep the volume current from the pump to the tank constant at $0.020 \text{ m}^3/\text{s}$. The hydraulic resistance for the pipe leading from the pump to the tank equals $R_{V1} = 1.0 \cdot 10^6 \text{ Pa}\cdot\text{s/m}^3$. The current of oil through the second pipe is proportional to the level of oil in the tank. The resistance for the second pipe equals $R_{V2} = 2.0 \cdot 10^6 \text{ Pa}\cdot\text{s/m}^3$.



Use a value of $g = 10 \text{ N/kg}$ for your calculations. Assume a value of 0 Pa for the ambient pressure. In the following, consider only hydraulic and gravitational phenomena (not chemical ones).

The tank has a cross section of 1.0 m^2 . Initially, the oil stand 2.0 m high in the tank. A simulation of the model described here leads to an oil level as a function of time as shown in the diagram below.

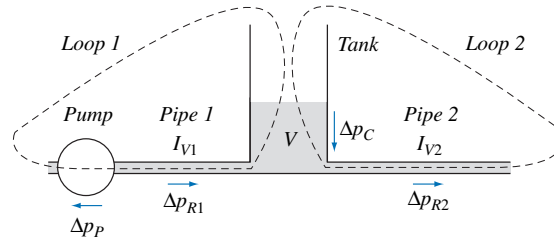


Hint: Some of the solutions have been given to let you continue with your calculations even if you do not manage to answer a question.

- a. Formulate the law of balance of volume of oil in the tank. [0.5 P.]
- b. Prove that the oil can only go to a level of 4.0 m as shown in the simulation. [0.5 P.]
- c. Calculate the pressure difference the pump needs to set up right at the beginning in order for the current of oil to be equal to $0.020 \text{ m}^3/\text{s}$. (You should obtain a value of $4.0 \cdot 10^4 \text{ Pa}$.) [1 P.]
- d. Calculate the electric power of the pump right at the beginning. The pump has an efficiency of 0.80. [1 P.]
- e. Calculate the energy current entering the tank with the oil right at the beginning. [0.5 P.]
- f. Calculate the energy current leaving the tank with the oil right at the beginning. [0.5 P.]
- g. What is the rate of change of energy of the oil in the tank right at the beginning? [0.5 P.]
- h. What is the change of energy of the oil in the tank from $t = 0 \text{ s}$ to $t = 1000 \text{ s}$? (You should obtain a value of $6.0 \cdot 10^4 \text{ J}$.) [1 P.]
- i. Determine the energy current into the tank as a function of time and draw the result in a new diagram. How much energy has been transported into the tank with the oil flowing in from the beginning to $t = 1000 \text{ s}$? (You should obtain a value of $7.2 \cdot 10^5 \text{ J}$.) [2 P.]
- j. How much energy has flowed out of the tank together with the oil from the beginning until $t = 1000 \text{ s}$? [0.5 P.]

Answers

Situation sketch



a.

$$\frac{d}{dt} V = I_{V1} - I_{V2}$$

b. Final level is determined by steady-state condition:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} V = 0 &\Rightarrow 0 = I_{V1} - I_{V2} \\ I_{V1} = 0.020 \text{ m}^3/\text{s} \quad , \quad I_{V2} &= \frac{1}{R_{V2}} \Delta p_{R2} \\ \Delta p_{R2} = \Delta p_C \quad , \quad \Delta p_C &= \rho g h \\ \Rightarrow \\ h &= \frac{1}{\rho g} R_{V2} I_{V1} = \frac{1}{1000 \cdot 10} 2.0 \cdot 10^6 \cdot 2.0 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 4.0 \text{ m} \end{aligned}$$

c. Use loop rule for Loop 1:

$$\begin{aligned} \Delta p_P(0) &= \Delta p_{R1}(0) + \Delta p_C(0) \\ &= R_{V1} I_{V1} + \rho g h(0) \\ &= 1.0 \cdot 10^6 \cdot 0.020 \text{ Pa} + 1000 \cdot 10 \cdot 2.0 \text{ Pa} = 4.0 \cdot 10^4 \text{ Pa} \end{aligned}$$

d.

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{hydr} &= 0.80 \cdot \mathcal{P}_{el} \\ \mathcal{P}_{hydr} &= \Delta p_P I_{V1} \\ \Rightarrow \mathcal{P}_{el} &= \frac{1}{0.80} \Delta p_P I_{V1} = \frac{1}{0.80} 4.0 \cdot 10^4 \cdot 0.020 \text{ W} = 1000 \text{ W} \end{aligned}$$

e.

$$\begin{aligned} I_{E1} &= p_1 I_{V1} = \rho g h(0) I_{V1} \\ &= 1000 \cdot 10 \cdot 2.0 \cdot 0.020 \text{ W} = 400 \text{ W} \end{aligned}$$

f.

$$\begin{aligned}
 I_{E2} &= p_2 I_{V2} = \rho g h(0) I_{V2} \\
 &= \rho g h(0) \frac{1}{R_{V2}} \rho g h(0) \\
 &= (1000 \cdot 10 \cdot 2.0)^2 \cdot \frac{1}{2.0 \cdot 10^6} \text{ W} = 200 \text{ W}
 \end{aligned}$$

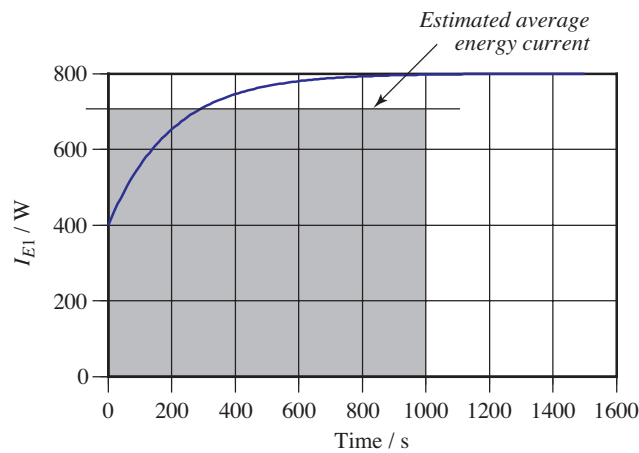
g.

$$\frac{d}{dt} E = I_{E1} - I_{E2} = 200 \text{ W}$$

h.

$$\begin{aligned}
 \Delta E_{0 \rightarrow 1000} &= E_{1000} - E_0 \\
 &= \frac{1}{2} C_V \Delta p_C^2(1000) - \frac{1}{2} C_V \Delta p_C^2(0) \\
 &= \frac{1}{2} \frac{A}{\rho g} [\Delta p_C^2(1000) - \Delta p_C^2(0)] \\
 &= \frac{1.0}{2 \cdot 1000 \cdot 10} [(4.0 \cdot 10^4)^2 - (2.0 \cdot 10^4)^2] \text{ J} = 6.0 \cdot 10^4 \text{ J}
 \end{aligned}$$

i.



$$E_{e1} = \bar{I}_{E1} \Delta t \approx 720 \cdot 1000 \text{ J} = 7.2 \cdot 10^5 \text{ J}$$

j. Integrated form of law of balance of energy:

$$\begin{aligned}
 \Delta E &= E_{e1} - E_{e2} \\
 E_{e2} &= E_{e1} - \Delta E \\
 &= 7.2 \cdot 10^5 \text{ J} - 6.0 \cdot 10^4 \text{ J} = 6.6 \cdot 10^5 \text{ J}
 \end{aligned}$$