Natur, Technik, Systeme NTS1

Semesterend-Prüfung, Januar 2015

Erstes Semester Wirtschaftsingenieurwesen, ZHAW, WI14

Allgemeine Bemerkungen

Dauer der Prüfung: 150 Minuten.

Antworten müssen begründet und nachvollziehbar sein.

Erlaubte Hilfsmittel: **Bücher, persönlich verfasstes Journal**. Rechen- und Schreibzeugs.

Lösen Sie **jede Aufgabe auf einem separaten Blatt**. Die Blätter für die letzte Aufgabe müssen separat abgegeben werden!

Schreiben Sie jedes Blatt an (Name, Datum, Prüfung, Nummer der Aufgabe).

Geben Sie die Aufgabenblätter mit Ihren Lösungen ab. Schreiben Sie die Aufgabenblätter mit Ihrem Namen an.

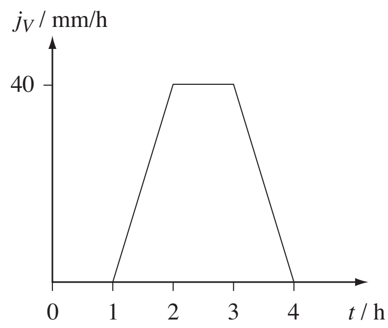
Punkteverteilung:

Aufgabe 1: 14

Aufgabe 2: 13

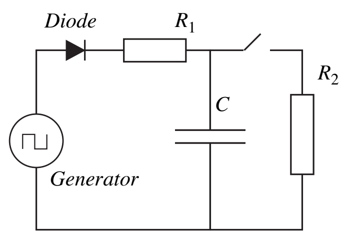
Aufgabe 3: 13

1. Stellen Sie sich ein Flachdach als “Badewanne” gebaut mit einer Fläche von 400 m^2 vor. Der Rand der “Badewanne” hat eine Höhe von 10 cm. Es gibt einen Abfluss zur Strasse, der aber nicht immer offen ist. Regen fällt mit einer Stärke (Volumenstromdichte j_V) wie im Diagramm gezeigt.



   a. Nehmen Sie an, dass das Wasser *nicht* abfliesst. Bestimmen und zeichnen Sie die Füllhöhe des Wassers auf dem Dach als Funktion der Zeit. [2 P]

Sie wollen das System aus Regen, Dach (“Badewanne”) und Abfluss (der nur zeitweise offen ist) als elektrisches Modell nachbauen. Sie haben einen Generator mit regelbarer Spannung, eine Diode, zwei Widerstandselemente und einen Kondensator. Der Kondensator hat eine Kapazität von 0.10 F. Die Schaltung, die Sie bauen, hat die nebenstehend gezeigte Struktur.



Die Diode ist eine Art Rückschlagventil. Wenn elektrische Ladung in die erlaubte Richtung fliesst, hat es eine feste Spannung über der Diode, die unabhängig von der Stärke des Stromes ist.

Für die Fragen b-e ist der Schalter *offen*.

   b. Damit die Ladung des Kondensators das Volumen des Wassers in der “Badewanne” darstellt, muss die Spannung über dem ersten Widerstandselement R1 die gleiche Form wie der Niederschlag haben. Warum? [1 P]

   c. Zeichnen Sie die Funktion $U_{R1}(t)$, die dem Niederschlag entspricht. Dabei soll eine Volumenstromdichte von 10 mm/h einer Spannung von 1.0 V entsprechen. Im Schaltungsmodell nehmen Sie eine andere Zeitachse als beim Regen. Eine Stunde Regenzeit soll 10 s in der elektrischen Schaltung entsprechen. [2 P]

   d. Der Widerstandswert für R1 ist 100 Ω. Bestimmen Sie die Spannung des Kondensators als Funktion der Zeit. [2 P]

   e. Bestimmen Sie die Spannung über dem Generator als Funktion der Zeit. Nehmen Sie an, dass die Spannung über der Diode konstant 0.80 V beträgt, wenn die Ladung fliesst (d.h., wenn ein Ladungsstrom durch die Diode geht). [2 P]

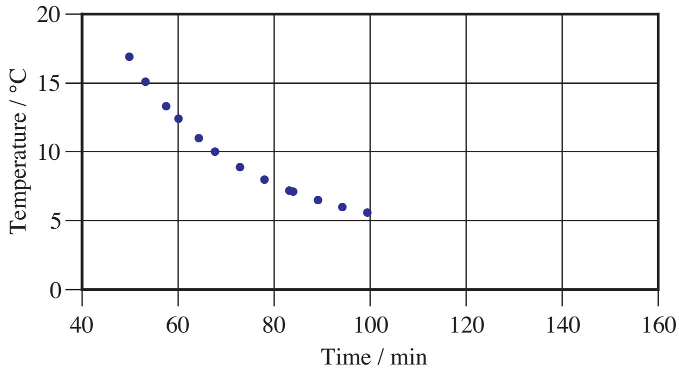
   f. Nachdem der Regen eine Weile vorbei ist, wird der Abfluss vom Dach geöffnet (in der Schaltung wird der Schalter geschlossen). Der Abfluss soll laminar sein: der Strom ist proportional zur antreibenden Potentialdifferenz. Dabei soll die Füllhöhe in 1 h um die Hälfte sinken. Wie gross müssen Sie den Widerstandswert von R2 in der elektrischen Schaltung machen, damit das Verhalten der Schaltung dem hydraulischen System entspricht? (D.h., die Spannung über dem Kondensator muss in der entsprechenden Zeit auf die Hälfte sinken.) [2 P]

Das Dach befindet sich 30 m über der Strasse. Ein Architekt empfiehlt, eine kleine Wasserturbine mit Generator im Gebäude zu installieren, um die Energie des abfliessenden Wassers zu nutzen.

g. Wieviel Energie kann maximal für die hier beschriebene Situation freigesetzt werden? [1 P]

h. Wie gross ist die maximale Leistung des vom Dach fliessenden Wassers? [2 P]

2. Eine kleine Meteo-Station (siehe Bild) wurde in einem Zimmer auf den Einsatz vorbereitet und dann nach draussen gestellt. Im Diagramm sieht man Werte der gemessenen Temperatur über den Zeitraum von von etwa einer Stunde. Die Umgebungstemperatur blieb dabei (und auch nachher) konstant.



Eine Analyse der Daten zeigt, dass sich die Station fast perfekt exponentiell auf die Aussentemperatur abgekühlt hat.

Die Entropiekapazität der Station schätzen wir auf 0.35 J/K^2.

a. Bestimmen Sie graphisch die Aussentemperatur so genau wie möglich. [1 P]

b. Bestimmen Sie die Zeitkonstante der Meteo-Station. [1 P]

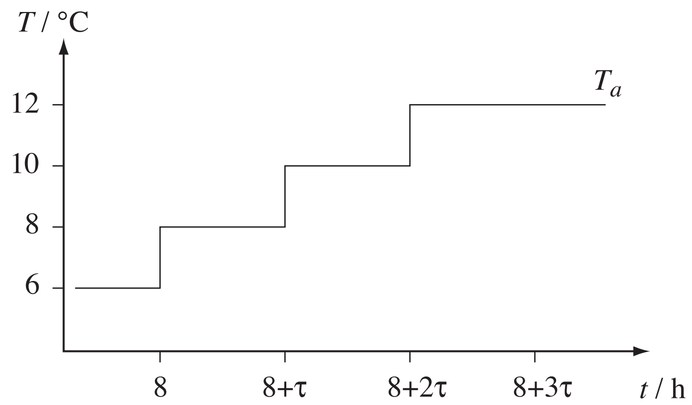
c. Schreiben Sie eine Funktionsgleichung für die zerfallende Exponentialfunktion, die Sie durch die Daten fitten. [1 P]

d. Nehmen Sie an, das thermische Verhalten der Station könne durch das einfachst mögliche Modell (lineares Modell 1. Ordnung) repräsentiert werden. [Das einfachst mögliche Modell hat einen einzigen Entropiespeicher und einen einzigen Entropiestrom. Der Strom ist proportional zur Differenz der Temperatur zwischen Station und Umwelt. Die Entropiekapazität ist konstant.] Zeichnen Sie eine Flowchart und formulieren Sie sämtliche Gleichungen für dieses Modell. Die Aussentemperatur ist als Funktion $T_a(t)$ gegeben. [4 P]

e. Wie gross ist der Entropieleitwert für die Station in unserem Modell? [1 P]

f. Die Station hat über längere Zeit bis 8 Uhr morgens eine Aussentemperatur von 6.0°C angezeigt. Zu diesem Zeitpunkt bringt man sie ins Innere eines Kühlraums, wo die Temperatur konstant -12°C beträgt. Zeichnen Sie so genau wie möglich die Temperatur, die die Station nun anzeigt, als Funktion der Zeit in einem Diagramm bis 11 Uhr. (Zahlenwerte auf den Achsen!) [2 P]

g. Wie bei Aufgabe f hat die Station über längere Zeit bis 8 Uhr morgens eine konstante Temperatur von 6.0°C angezeigt. Nun *steigt* die Aussentemperatur in drei Sprüngen jeweils um 2.0°C, und zwar immer nach genau einer Zeitkonstante (d.h. bei $t_1 = 8$ h, $t_2 = t_1 + \tau$, $t_3 = t_1 + 2\tau$). Zeichnen Sie die Funktion $T(t)$ im untenstehenden Diagramm bis 11 Uhr so genau wie möglich. Erklären Sie, wie sie bestimmte Punkte für die Konstruktion der Kurve berechnen. [3 P]



3. Ein See, den Sie mit zwei Schichten modellieren sollen, verfügt über einen Zu- und einen Abfluss $I_{V,in}$ und $I_{V,out}$, welche Sie beide als konstant und als gleich gross annehmen können ($I_{V,in} = I_{V,out} = I_V$). Im Zufluss (zum oberen Teil) wird eine chemische Substanz mit einer konstanten Konzentration c_{in} zugeführt. Im See wird die Substanz durch verschiedene Prozesse abgebaut. Im oberen, lichtdurchfluteten Teil des Wasserkörpers des Sees findet eine Reaktion 1. Ordnung mit Sonnenlicht mit Ratenkonstante k_o statt, im unteren Teil des Wasserkörpers ist der Abbau ebenfalls 1. Ordnung, mit Ratenkonstante k_u. Der obere und der untere Teil des Wasserkörpers können jeweils als perfekt gemischt angenommen werden (überall gleiche Konzentrationen).

   Der Abfluss aus dem See ist dementsprechend mit der Stoffkonzentration $c_o(t)$ belastet, welche sich im oberen Teil des Wasserkörpers einstellt. Das Wasser im unteren Teil des Wasserkörpers fliesst nicht ab. Der Fluss der Stoffmenge aus dem See entspricht somit dem Produkt

$$I_{n,out} = c_o(t) I_{V.out}$$

   Zwischen dem unteren und oberen Teil des Wasserkörpers findet ein Stoffaustausch statt, der proportional zum Konzentrationsunterschied $c_o(t) - c_u(t)$ zwischen dem oberen und dem unteren Teil des Wasserkörpers ist. Der Stoffmengenstrom vom oberen zum unteren Teil des Wasserkörpers ist also

$$I_{n,ou} = \alpha\left(c_o(t) - c_u(t)\right)$$

   wobei α ein Transferkoeffizient ist.

   a. Formulieren Sie die Wasserbilanz des Sees in momentaner Form, d.h. links des Gleichheitszeichens sollte nur $\dot{V}$ stehen. [1 P.]
   b. Formulieren Sie je eine Bilanzgleichung für die Stoffmenge der chemischen Substanz $n_o(t)$ und $n_u(t)$ im oberen und im unteren Teil des Wasserkörpers. Hinweis: die Bilanz für den oberen Teil weist vier Terme auf, drei Flüsse und einen Abbauprozess, jene für den unteren Teil zwei Terme, einen Fluss und einen Abbauprozess. [3 P.]
   c. Kombinieren Sie nun die Bilanz aus Aufgabe b. mit den konstitutiven Beziehungen für die Stoffströme und die Abbauraten. Links vom Gleichheitszeichen sollten nur die Ausdrücke $\dot{n}_o(t)$ und $\dot{n}_u(t)$ stehen. [4 P.]
   d. Berechnen Sie algebraisch den stationären Zustand des Systems, geben Sie also Ausdrücke für n^*_o und n^*_u an. [4 P.]
   e. Was für eine Einheit hat α im SI-System? [1 P.]

Natural and Technical Systems NTS1

Final, January 2015

First Semester Wirtschaftsingenieurwesen, ZHAW, WI14

General Remarks

Duration of the exam: 150 minutes.

Answers must be explained and must be documented.

Allowed tools: **Books, your personal journal**. Calculators and writing materials.

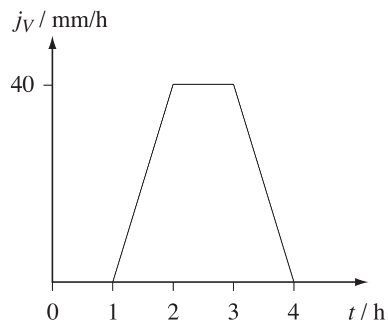
Please solve **each problem on a separate sheet**. The last problem must be handed in separately.!

Write your name, date, exam, and number of problem on **every sheet**.

Hand in the problem statements with your solutions. Write your name on the problem statements!

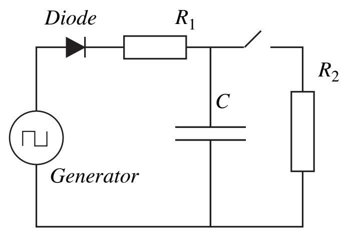
Points:
Problem 1: 14
Problem 2: 13
Problem 3: 13

1. Consider a flat roof designed as a “bath tub” having a surface area of 400 m^2. The edge of the “bath tub” has a height of 10 cm. There is an outflow to the street which is *not open* all the time. There is rain falling with a strength (volume current density j_V) shown in the diagram.



   a. Assume that the water does *not* flow off. Determine and draw the level of water on the roof as a function of time. [2 P]

   The system of rain, roof (“bath tub”) and outflow (which is open only part of the time) is to be represented as an electric model. You have a generator whose voltage can be adjusted, a diode, two resistors, and a capacitor. The capacitance of the capacitor equals 0.10 F. The circuit is shown on the right.



   The diode is a kind of one-way walve. If electric charge flows in the allowed direction, there is a fixed voltage across the diode that is independent of the electric current.

   The switch in the circuit will be *open* for questions b-e.

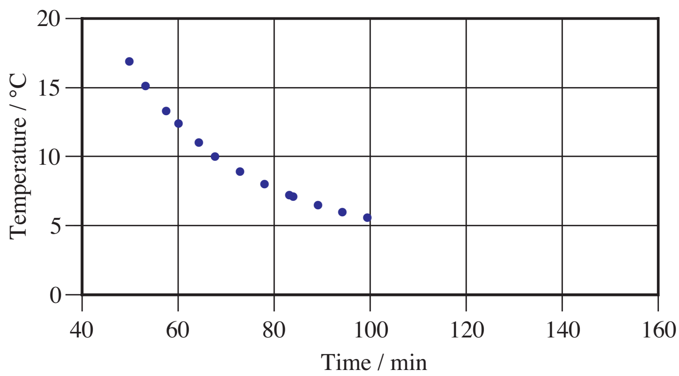
   b. If the charge of the capacitor is to represent the volume of water in the “bath tub,” the voltage across resistor R1 mus have the same form as the precipitation. Why? [1 P]
   c. Draw the function $U_{R1}(t)$ that corresponds to the precipitation. A volume current density of 10 mm/h is to correspond to a voltage of 1.0 V. In the case of the electric model you are supposed to use a different time axis than in the case of rain. An hour of precipitaiton is to cirrespond to 10 s in the electric circuit. [2 P]
   d. The resistance of the resistor R1 equals 100 Ω. Determine the voltage across the capacitor as a function of time. [2 P]
   e. Determine the voltage across the generator as a function of time. Assume that the voltage across the diode equals 0.80 V when charge flows. [2 P]
   f. After the rain has stopped for a while, the outflow from the roof is opened (in the circuit, the switch is closed). The flow is taken to be laminar: the current is proportional to the driving potential difference. The level of water on the roof is assumed to sink to half its initial value in one hour. What value of resistance for R2 in the electric circuit do we have to choose so that the behavior of the circuit corresponds to that of the hydraulic system? (That means, the voltage of the capacitor must go down to half the initial value in the corresponding time.) [2 P]

The roof is 30 m above the street. An architect suggests that a small turbine with generator is to be installed in the building in order to harness the energy of the water flowing off.

g. What is the maximum amount of energy that can be relased in the situation discussed here? [1 P]

h. What is the maximum of the power of the falling water? [2 P]

2. A small meteorological station (see the photograph) was set-up in a room and prepared for outside use. It was then placed outside. In the diagram, we see values of the measured temperature for a period of about one hour. The outside temperature was constant during this period (and remaind constant afterards).



An analysis of the data shows that the temperature reading fell exponentially.

We estimate the entropy capacitance of the station to be 0.35 J/K^2.

a. Determine by graphic means and as carefully as possible the outside temperature. [1 P]

b. Determine the time constant of the station. [1 P]

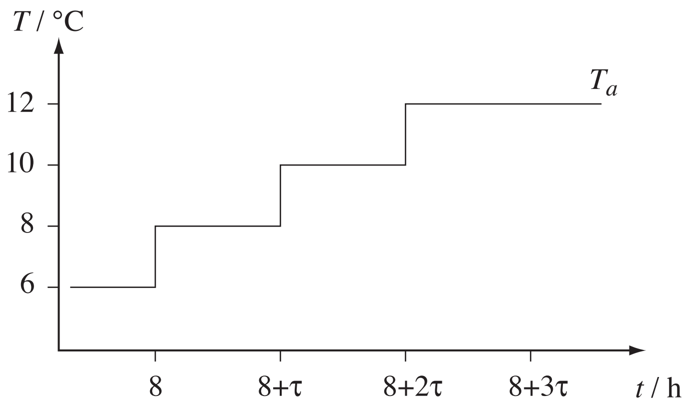
c. Formulate a function equation for the decaying exponential function fitted through the data points. [1 P]

d. Assume that the thermal behavior of the station can be modeld with a very simple model (1st order lienar model). [The simplest possible model has a single entropy storage element and a single entropy current. The current is proportional to the difference of temperatures between station and environment. The entropy capacitance is constant.] Sketch a flow chart and formulate all the equations of this model. The outside temperature is given as a function of time: $T_a(t)$. [4 P]

e. What is the value of the entropy conductance for the station in our model? [1 P]

f. The station has been indicating an outside temperature of 6.0°C over a longer period until 8 a.m. At this moment, the station is brought into a cooling chamber whose temperature is a constant -12°C. Draw as carefully as possible the temperature readings of the station as a function of time until 11 a.m. (with numerical values on the axes!). [2 P]

g. As in problem f, the station has indicated a constant outside temperature of 6.0°C over a longer period until 8 a.m. Now the outside temperature jumps higher three times by 2.0°C, every time exaxtly after one time constant (that means, at t_1 = 8 h, $t_2 = t_1 + \tau$, $t_3 = t_1 + 2\tau$). Draw the function $T(t)$ read by the station in a diagram as carefully as possible in the diagram below. Explain how you calculate some important values for constructing this function. [3 P]



3. A lake is to be modeled as consisting of two uniform (well-mixed) layers (same concentration everywhere in a layer). There are two flows, an inflow $I_{V,in}$ and an outflow $I_{V,out}$ to the upper layer that are both *constant* and equal in magnitude ($I_{V,in} = I_{V,out} = I_V$). With the inflow, a chemical substance is added having a *constant* concentration c_{in} . In the lake, this substance decays as a result of some processes. In the upper layer which is transparent to sunlight, a first order reaction having a rate constant k_o is taking place. The decay in the lower layer is of first order as well having a rate constant k_u .

   As a result, the water flowing out has a concentration of the chemical equal to $c_o(t)$ for the upper layer. The water in the lower layer does not flow off. The current of amount of substance of the chemical out of the lake equals

$$I_{n,out} = c_o(t) I_{V.out}$$

   There is an exchange of the chemical between the two layers that is proportional to the difference of conentrations $c_o(t) - c_u(t)$. The current of amount of substance from the upper to the lower layer equals

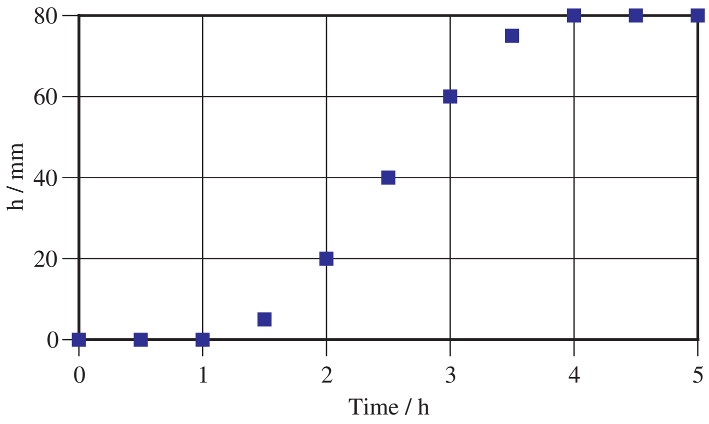
$$I_{n,ou} = \alpha\big(c_o(t) - c_u(t)\big)$$

   where α is a transfer coefficient.

   a. Formulate the law of balance of volume of water for the lake in instantaneous form. On the left hand side of the equation, you should only have the symbol $\dot{V}$. [1 P.]
   b. Formulate the laws of balance of amount of substance for the amounts of the chemical substance $n_o(t)$ and $n_u(t)$ in the upper and in the lower layers. Hint: The law of balance for the upper layer contains four terms, three currents and one destruction rate. The law for the lower layer contains two terms, a flow and a destruction rate. [3 P.]
   c. Combine the balance equations from problem b with the constitutive relations for currents of amount of substance and destruction rates. On the left hand side of the equations, you should only have the terms $\dot{n}_o(t)$ and $\dot{n}_u(t)$. [4 P.]
   d. Berechnen Sie algebraisch den stationären Zustand des Systems, geben Sie also Ausdrücke für n^*_o und n^*_u an. [4 P.]
   e. What is the SI-unit of the transfer coefficient α? [1 P.]

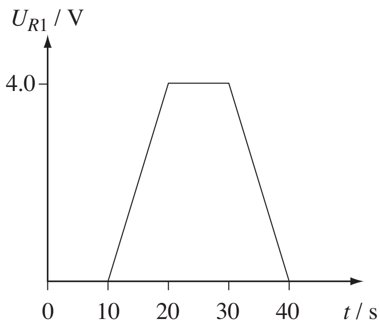
1. Rainfall modelled electrically

a. Integrating the volume current density:

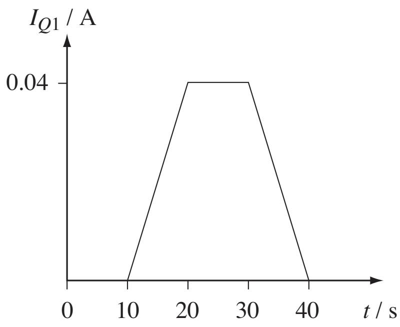


b. The voltage UR1 (together with the value of R1) determines the elecrtic current IQ1 which is supposed to correspond to IV.

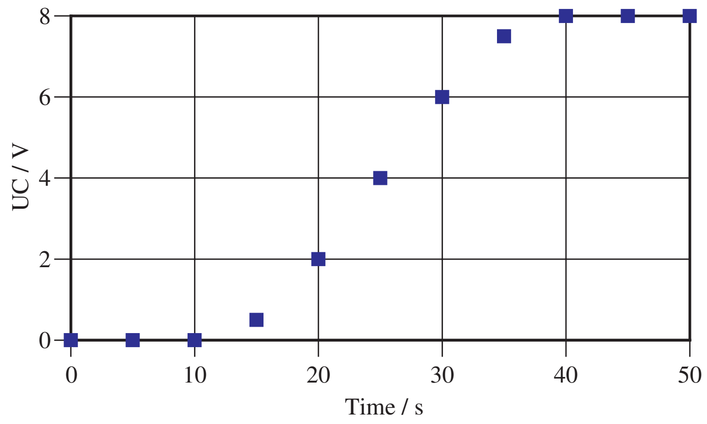
c.



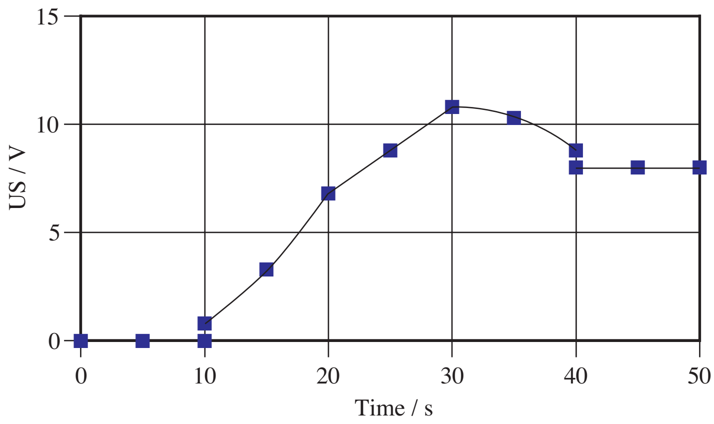
d. IQ1 = UR1/R1:



Integrate IQ1(t) to obtain Q(t). UC(t) = Q(t) / C:



e. US(t) = UC(t) + UR1(t) + UD



f. UC(t) must fall exponentially. Half-life = 10 s:

$$\tau = \frac{1}{\ln(2)} t_{1/2} = \frac{10}{0.693} \mathrm{s} = 14.4 \mathrm{s}$$

$$\tau = R_2 C \quad \Rightarrow \quad R_2 = \frac{\tau}{C} = \frac{14.4}{0.10} \Omega = 144 \Omega$$

g.

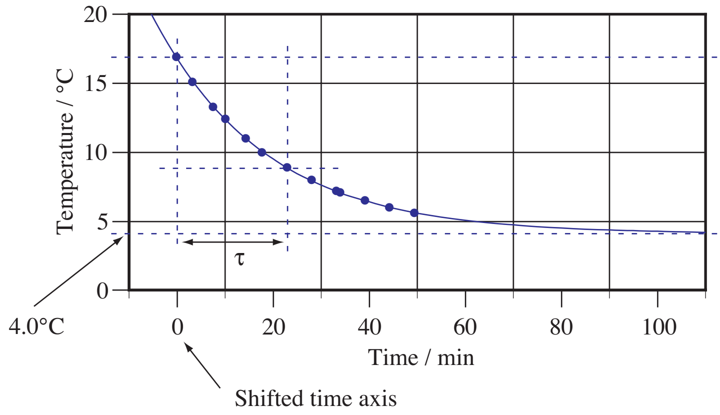
$$\begin{aligned} E_{grav} &= g \Delta h m \\ &= g \Delta h \rho A h_{water} \\ &= 10 \cdot 30 \cdot 1000 \cdot 400 \cdot 0.080 \mathrm{J} = 9.6 \mathrm{MJ} \end{aligned}$$

h.

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_{grav}(0) &= g\Delta h I_m = g\Delta h\rho I_V(0)\\ &= g\Delta h\rho \left.\frac{dV}{dt}\right|_{t=0} = g\Delta h\rho A\left.\frac{dh}{dt}\right|_{t=0}\\ &= g\Delta h\rho A\frac{h(0)}{\tau}\\ &= 10\cdot 30\cdot 1000\cdot 400\cdot\frac{0.080}{3600/\ln(2)}\,\mathrm{W} = 1.85\mathrm{kW}\end{aligned}$$

2. Meteorological station

a. Fit a decaying exponential through the data points by hand (eye):



b. τ = 23 min (time for change of 63% of ΔT = 17°C – 4°C)

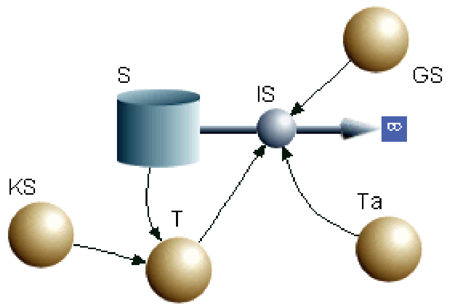
c. The general expression for the function is

$$T = a + b\exp(-(t-c)/\tau)$$

From the graph we read the parameters:

a = 4°C, b = 13°C, c = 50 min, τ = 23 min.

d.



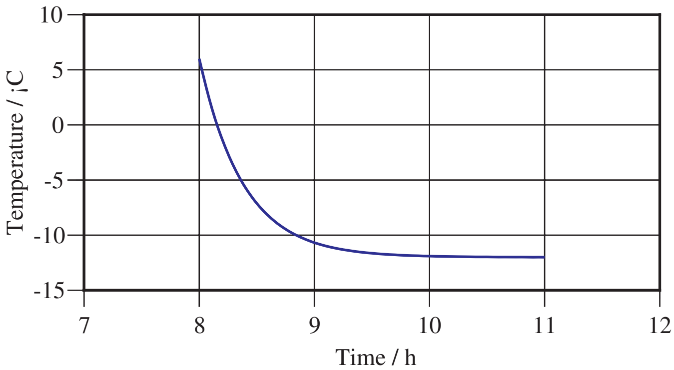
$$\frac{d}{dt}S = -I_S \quad , \quad S(0) = K_S T(0)$$
$$S = K_S T$$
$$I_S = G_S(T - T_a)$$
$$T_a = f(t)$$
$$K_S = \ldots$$
$$G_S = \ldots$$

e.

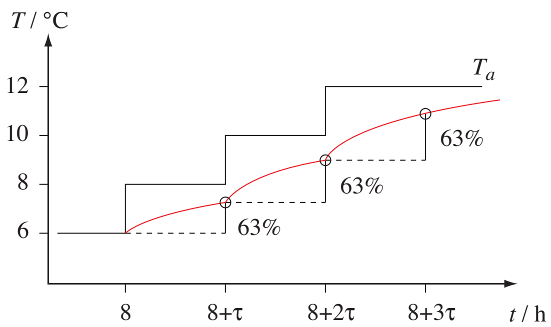
$$\tau = \frac{1}{G_S} K_S$$

$$G_S = \frac{K_S}{\tau} = \frac{0.35}{23 \cdot 60} \frac{\text{W}}{\text{K}^2} = 2.5 \cdot 10^{-4} \frac{\text{W}}{\text{K}^2}$$

f.



g.



T(8) = 6

T(8+τ) = 6 + 0.63·2 = 7.26

T(8+2τ) = 7.26 + 0.63·(10 – 7.26) = 8.99

T(8+3τ) = 8.99 + 0.63·(12 – 8.99) = 10.9

3. Chemical processes

a.

$$\dot{V}(t) = I_{V,in} - I_{V,out} = 0$$

b.

$$\dot{n}_o(t) = I_{n,in} - I_{n,exchange} - I_{n,out} - \Pi_{n,decay,o}$$
$$\dot{n}_u(t) = I_{n,exchange} - \Pi_{n,decay,u}$$

c.

$$\dot{n}_o(t) = I_V c_{in} - \alpha\left(\frac{n_o}{V_o} - \frac{n_u}{V_u}\right) - I_V \frac{n_o}{V_o} - k_o n_o$$

$$\dot{n}_u(t) = \alpha\left(\frac{n_o}{V_o} - \frac{n_u}{V_u}\right) - k_u n_u$$

d.

$$n_o^* = \frac{I_V c_{in} V_o\left(\alpha + k_u V_u\right)}{\alpha I_V + \alpha k_o V_o + \alpha k_u V_u + I_{in} k_u V_u + k_o k_u V_o V_u}$$

$$n_u^* = \frac{I_V c_{in} V_u \alpha}{\alpha I_V + \alpha k_o V_o + \alpha k_u V_u + I_{in} k_u V_u + k_o k_u V_o V_u}$$

e. $[\alpha] = \mathrm{m}^3/\mathrm{s}$