Natur, Technik, Systeme NTS2

Semesterend-Prüfung, Juni 2015

Zweites Semester Wirtschaftsingenieurwesen, ZHAW, WI14

Allgemeine Bemerkungen

Dauer der Prüfung: 150 Minuten.

Antworten müssen begründet und nachvollziehbar sein.

Erlaubte Hilfsmittel: **Bücher, persönlich verfasstes Journal**. Rechen- und Schreibzeugs.

Lösen Sie **jede Aufgabe auf einem separaten Blatt**. Die Blätter für die letzte Aufgabe müssen separat abgegeben werden!

Schreiben Sie jedes Blatt an (Name, Datum, Prüfung, Nummer der Aufgabe).

Geben Sie die Aufgabenblätter mit Ihren Lösungen ab. Schreiben Sie die Aufgabenblätter mit Ihrem Namen an.

Punkteverteilung:
Aufgabe 1: 13
Aufgabe 2: 14 (plus 2 Zusatzpunkte)
Aufgabe 3: 13

1. Betrachten Sie zwei Bestände von Tierarten, einen Bestand von Räubern und einen von Beutetieren. Die Beutetiere ernähren sich von einer hier nicht weiter betrachteten und nicht limitierenden Ressource, die Räuber ausschliesslich von den Beutetieren. Die Dynamik der beiden Bestände kann dann durch folgende Differentialgleichungen beschrieben werden:

$$\frac{dR}{dt} = -aR + bRB$$
$$\frac{dB}{dt} = cB - dRB$$

Die Anzahl der Räuber wird mit R, die der Beutetiere mit B bezeichnet, a, b, c und d sind Parameter, welche alle positive Zahlenwerte aufweisen. Die Parameter a und c sind die Ratenparameter für das Wachstum bzw. die Dezimierung der beiden Bestände ohne die jeweils andere Tierart, b und d sind Interaktionsparameter, die angeben, mit welcher Rate sich die beiden Bestände aufgrund der Interaktion mit der jeweils anderen Tierart verändern.

a. Ist die Dynamik der beiden Tierarten gekoppelt oder nicht? Begründung angeben! [1 P]

b. Ist die Dynamik linear oder nichtlinear? Begründung angeben! [1 P]

c. Erklären Sie die Vorzeichen aller vier Terme rechts der Gleichheitszeichen. [2 P]

d. Wie sieht die Dynamik des Räuber- und des Beutebestands aus, wenn die jeweils andere Tierart fehlt (Skizze oder verbale Beschreibung)? Welche Zustände erreichen die beiden Tierbestände langfristig? [2 P]

e. Geben Sie alle Gleichgewichte des Systems an. [2 P]

f. Skizzieren Sie das Vektorfeld des Systems und die Nullklinen im Bereich $R \geq 0$, $B \geq 0$. Aus der Skizze sollte klar werden, wo die Gleichgewichte des Systems liegen und wo das Vektorfeld horizontal bzw. vertikal verläuft (R- und B-Nullklinen). Machen Sie klar, welches die R- und B-Nullklinen sind. Zeichnen Sie einzelne Richtungsvektoren auf beiden Nullklinen sowie in allen Gebieten, die durch je zwei unterschiedliche Nullklinen begrenzt werden. Es sollte klar werden, in welchen Gebieten die Richtungskomponenten des Vektorfelds nach links bzw. nach rechts, und nach oben bzw. nach unten weisen. [5 P]

2. Ein Schauspieler muss für eine Rolle sein Körpergewicht ändern. Im langjährigen Gleichgewicht hat der Schauspieler ein Gewicht von 80 kg, wenn er täglich 2000 kcal aus der Nahrung zu sich nimmt. Er soll sein Gewicht wenn möglich auf 110 kg bringen.

   Wir sind Ernährungsberater des Schauspielers und machen zwei aufeinander aufbauende Modelle, wie das gehen könnte.

   Nehmen Sie für die folgende Arbeit die in der Tabelle verwendeten Symbole der Grössen und Werte bestimmter Parameter.

Table 1: Grössen, Symbole, Werte

Grösse	Symbol	Wert
Masse	m	
Anfangsmasse	m_0	80
Produktionsrate der Masse	Π_m	
Tägliche Energieaufnahme	I_{in}	2100
Rate des Metabolismus (Energieabgabe)	I_{met}	
Differenz (Energie-Input minus Output)	$D = I_{in} - I_{met}$	
Faktor	f_1	0.005
Faktor	f_2	2.0
Neues erwünschtes Gewicht	m_{des}	110
Differenz Gewicht zu gewünschtem Gewicht	$D_m = m - m_{des}$	
Änderungsrate der Energieaufnahme	dI_n/dt	
Anfangswert der Energieaufnahme	$I_{in}(0)$	2100
Zeitkonstante	τ	2.0

Modell 1. Der Schauspieler nimmt von nun an täglich 2100 kcal zu sich. Die Produktionsrate seiner Masse (Gewicht) ist proportional zur Differenz zwischen Energieinput (I_{in}) und Rate des Metabolismus (I_{met}). Der Proportionalitätsfaktor für diesen Zusammenhang ist f_1. Die metabolische Rate hängt von der Masse der Person ab (vom Gewicht, das man mit sich schleppt!). Der Zusammenhang ist linear:

$$I_{met} = 2000 + f_2(m - 80)$$

a. Formulieren Sie die Bilanz für die Masse und alle anderen Gleichungen des beschriebenen Modells.. [2 P]

b. Formulieren Sie das Anfangswertproblem für $m(t)$. [2 P]

c. Skizzieren Sie die Masse des Schauspielers als Funktion der Zeit (Zahlenwerte auf den Achsen!). Berücksichtigen Sie dabei die tatsächliche Zeitkonstante des Vorgangs und das erreichte Endgewicht. [1 P]

d. Der Faktor f_1 ist biologisch bedingt und kann von der Person nicht beeinflusst werden. Der Faktor f_2 kann durch die Person beeinflusst werden. Erklären Sie die beiden Aussagen. [2 P]

Modell 2. Wir merken, dass das Gewicht zu schnell zu weit geht. Deshalb schlagen wir einen Kontrollmechanismus vor. Die Produktionsrate der Masse wird wie vorhin modelliert. Nun wird aber die Energieaufnahme reguliert, und zwar schaut der Schauspieler auf die Differenz (D_m) zwischen tatsächlichem Gewicht und dem neuen erwünschtem Gewicht. Er passt die Nahrungsaufnahme an, indem er die *Änderungsrate* von I_{in} proportional zu D_m macht. Die Inverse des Proportionalitätsfaktors ist eine Zeitkonstante τ.

e. Erklären Sie, warum in der Beziehung zwischen dI_n/dt und D_m ein Minuszeichen stehen muss. [1 P]

f. Formulieren Sie alle Gleichungen des Modells. [2 P]

g. Formulieren Sie das Anfangswertproblem für $m(t)$ und $I_{in}(t)$. [2 P]

h. Formulieren Sie das Anfangswertproblem mit einer Differentialgleichung zweiter Ordnung für $m(t)$ und zugehörigen Anfangsbedingungen. [2 P] Sie sollten die folgende Differentialgleichung erhalten:

$$\frac{d^2}{dt^2} m + f_1 f_2 \frac{d}{dt} m + \frac{f_1}{\tau} m = m_{des} \frac{f_1}{\tau}$$

i. Bestimmen Sie die Periode der in diesem Modell zu erwartenden Schwingung (falls die Dämpfung schwach ist). [1 P]

j. Die Parameter, die man realistischerweise im Griff hat, sind die Zeitkonstante τ (durch Reaktionszeit auf die Änderung des Gewichts) und f_2. f_1 ist für die Person biologisch festgelegt. Kann man durch Anpassung von τ und/oder f_2 erreichen, dass sich das Gewicht des Schauspielers möglichst ohne starke Ausschläge (ohne Schwingung) dem neuen Idealgewicht (110 kg) nähert? Erklären Sie Ihre Antwort. [1 P]

3. In einer schwarz angemalten, dünnwandigen Alu-Dose befinden sich 0.30 kg Wasser (Wasser hat eine konstante spezifische Energiegakazität von 4200 J/(K·kg)). Im Wasser befindet sich eine elektrische Heizung (elektrische Leistung 2.0 W). Deckel und Boden sind perfekt isoliert. Der Mantel hat eine Oberfläche von 0.020 m^2.

   Der Wärmeübergang von Wasser an Alu ist sehr effizient, die Wand sehr dünn. Der konvektive Wärmeübergangskoeffizient von Alu an Luft beträgt 7.5 W/(K·m^2). Die Oberfläche strahlt perfekt (Emissionsgrad von 1.0).

   Mann füllt Wasser mit einer Temperatur von 360 K ein. Die Umgebungstemperatur beträgt 300 K.

   a. Warum muss man für die Wärmedurchgang durch die Dosenwand nur den Wärmeübergang von Oberfläche an die Luft berücksichtigen? [1 P]
   b. Formulieren Sie die momentane Energiebilanz für das Wasser. [1 P]
   c. Formulieren Sie die Energieströme für konvektiven Wärmeverlust und die Abstrahlung. [2 P]
   d. Formulieren Sie die konstitutive Beziehung für die Berechnung der Temperatur des Wassers mit Hifle der Energie des Wassers. [1 P]
   e. Leiten Sie das Anfangswertproblem für die Temperatur des Wassers her. [3 P]
   f. Wie gross wird die Änderungsrate der Temperatur des Wassers gerade am Anfang sein? [1 P]
   g. Welche Temperatur erreicht das Wasser nach langer Zeit? [2 P]
   h. Wiederholen Sie die Berechnung der anfänglichen Änderungsrate der Temperatur, wenn Sie an der Oberfläche der Dose eine wärmedämmende Schicht von 4.0 mm Dicke anbringen (Wärmeleitwert des isolierenden Materials: 0.040 W/(K·m)). Alle anderen Parameter bleiben gleich. [2 P]

   Bemerkung: Wenn Sie nichtlineare Gleichungen zu lösen haben, benutzen Sie einen Solver. Sonst schätzen Sie einen vernünftigen Wert, setzen in die Gleichung ein, sehen den Unterschied und verbessern Ihre Schätzung.

Natural and Technical Systems NTS2

Final, June 2015

Second Semester Wirtschaftsingenieurwesen, ZHAW, WI14

General Remarks

Duration of the exam: 150 minutes.

Answers must be explained and must be documented.

Allowed tools: **Books, your personal journal**. Calculators and writing materials.

Please solve **each problem on a separate sheet**. The last problem must be handed in separately.!

Write your name, date, exam, and number of problem on **every sheet**.

Hand in the problem statements with your solutions. Write your name on the problem statements!

Points:
Problem 1: 13
Problem 2: 14 (plus 2 extra points)
Problem 3: 13

1. Consider two animal populations, predators and their prey. Predators eat the prey, prey eat an non-limiting resource that is not further specified here. The dynamics of the two populations can be described by the following differential equations:

$$\frac{dR}{dt} = -aR + bRB$$
$$\frac{dB}{dt} = cB - dRB$$

The number of predators is denoted by R, that of prey by B. a, b, c and d are parameters (all positive numbers). a and c are the rate constants of growth and decay of the two populations, respectively. b and d are the interaction parameters that determine kill rate or growth rate of a population that results from the interaction with the other population.

a. Is the dynamics of the populations coupled or not? Describe your reasoning. [1 P]

b. Is the dynamics of the system linear or non-linear? Describe your reasoning. [1 P]

c. Explain all the signs of all four terms on the right hand sides of the differential equations. [2 P]

d. What is the dynamics of predators and prey in the absence of the other population? Give a sketch or a verbal description. What will be the size of each population after long time? [2 P]

e. Determine all equilibria (fixed points) of the system. [2 P]

f. Sketch the vector field of the system and all the null clines in the range $R \geq 0$, $B \geq 0$. The diagram should show the equilibrium points. It should demonstrate where the vector field is horizontal and vertical, respectively (R- and B-null clines). Label the R- and B-null clines! Show some directional vectors on all the null clines and in the regions into which phase space is divided up by the null clines. It should become clear where the components of the vector field point left or right, or up or down. [5 P]

2. An actor needs to change his weight for a new role. In steady-state of years, he had a weight of 80 kg if he took in 2000 kcal of energy with food every day. He should now bring his weight up to 110 kg.

   We are the nutrition consultants of the actor and we make two models of possible dynamics with the second building upon the first.

   In the following, use the symbols of quantities and values of parameters shown in the table below.

Table 2: Quantities, Symbols, Values

Quantity	**Symbol**	**Value**
Mass	m	
Initial mass	m_0	80
Production rate of mass	Π_m	
Daily energy intake	I_{in}	2100
Metabolic rate (outflow of energy)	I_{met}	
Difference (energy input minus output)	$D = I_{in} - I_{met}$	
Factor	f_1	0.005
Factor	f_2	2.0
New desired weight	m_{des}	110
Difference between weight and desired weight	$D_m = m - m_{des}$	
Rate of change of energy intake	dI_n/dt	
Initial value of energy intake	$I_{in}(0)$	2100
Time constant	τ	2.0

Model 1. Starting now, the actor takes in 2100 kcal. The production rate of his mass (weight) is proportional to the difference between energy intake (I_{in}) and metabolic rate (I_{met}). The factor of proportionality of this relation is f_1. The metabolic rate depends upon the mass of the person (the weight he has to lug around!). The relation is assumed to be linear

$$I_{met} = 2000 + f_2(m - 80)$$

a. Formulate the law of balance of mass and all other equations of the Model 1. [2 P]

b. Formulate the initial value problem for $m(t)$. [2 P]

c. Sketch the mass of the actor as a function of time (numerical values on the axes!). Take into account the actual time constant and the final weight. [1 P]

d. The factor f_1 is fixed biologically and cannot be influenced by the actor. f_2, on the other hand, can be influenced by the person. Explain both statements! [2 P]

Model 2. We notice that the weight increases to fast too far. For this reason we try out a control mechanism. The production rate of mass is modeled as before. Now, however, we control the food intake: the actor takes into consideration the difference (D_m) between actual weight and the desired new weight. He adjusts his food intake by making the rate of change of I_{in} proportional to D_m. The inverse of the factor of proportionality is a time constant τ.

e. Explain why there should be a minus sign in the relation between dI_n/dt and D_m. [1 P]

f. Formulate all equations of the model. [2 P]

g. Formulate the initial value problem for $m(t)$ and $I_{in}(t)$. [2 P]

h. Formulate the initial value problem as a differential equation of second order for $m(t)$ including appropriate initial conditions. [2 P] You should obtain the following differential equation:

$$\frac{d^2}{dt^2} m + f_1 f_2 \frac{d}{dt} m + \frac{f_1}{\tau} m = m_{des} \frac{f_1}{\tau}$$

i. Determine the period of oscillation to be expected in this model (for weak damping). [1 P]

j. The parameters that can realistically be controlled are the time constant τ (by changing the time needed to react to changes of the weight) and f_2. Remember that f_1 is fixed biologically. Is it possible for the actor, by changing τ and/or f_2, to reach the new desired weight of 110 kg without his weight oscillating wildly? Explain your answer. [1 P]

3. We pour 0.30 kg of water (having a constant energy capacitance of 4200 J/(K·kg)) in a small, thin-walled aluminum can. There is an electric heater (electric power of 2.0 W) in the water. Lid and bottom are perfectly insulated. The surface are of the mantle measures 0.020 m^2.

   The heat transfer from water to aluminum is very efficient, the wall is very thin. The convective heat transfer coefficient from aluminum to air equals 7.5 W/(K·m^2). The outside surface radiates perfectly (the emissivity equals 1.0).

   The water has an initial temperature of 360 K. The ambient temperature equals 300 K.

   a. Why do we have to take into account only the heat transfer at the surface in order to calculate the heat transfer from water to air? [1 P]
   b. Formulate the instantaneous form of the balance of energy of the water. [1 P]
   c. Formulate the expressions for energy currents for convective heat loss and radiation from the mantle surface. [2 P]
   d. Formulate the constitutive relation for the calculation of the temperature of the water from the energy of the water. [1 P]
   e. Determine the initial value problem for the temperature of the water. [3 P]
   f. What is the rate of change of temperature right at the beginning? [1 P]
   g. What will be the temperature of the water after long time? [2 P]
   h. Repeat the calculation of the initial rate of change of temperature of the water if you add a 4.0 mm layer of insulating material to the outside mantle of the can (thermal conductivity of the insulating material: 0.040 W/(K·m)). All other parameters stay the same. [2 P]

   Note: If you need to solve nonlinear equations, use a solver. Alternatively, estimate a first value of the unknown, insert this in the equation and use the residual to improve upon the guess, etc..

1. Predator prey dynamics

a. The equations (dynamics) are coupled because of the interaction terms bRB and dRB.

b. Nonlinear dynamics because of the nonlinear interaction terms bRB and dRB.

c. $-aR$: The population of predators decays when there are no preys (if $B = 0$).

$+bRB$: predator population grows because of interaction with prey (killing of prey).

$+cB$: prey population grows if there are no predators that decimate it (if $R = 0$).

$-dRB$: population of prey decays as a result of the interaction with predators (being killed by predators).

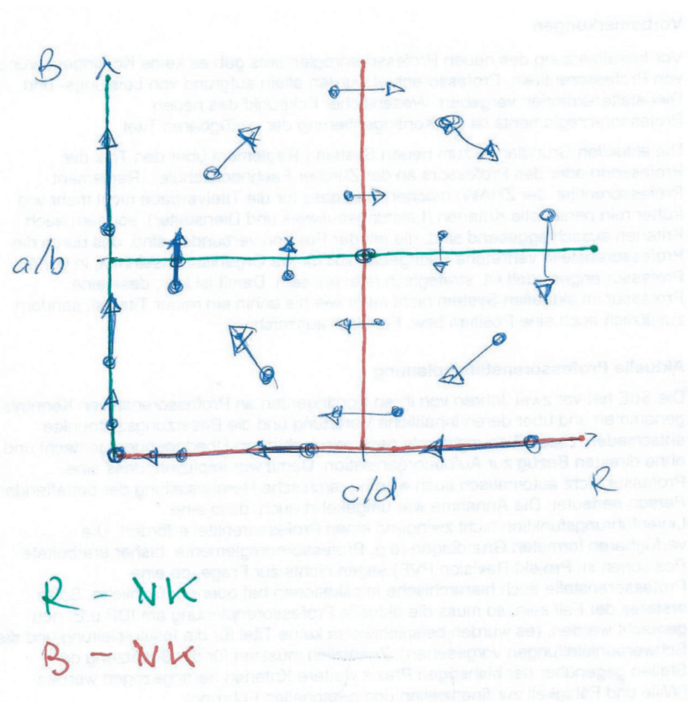
d. Predators decay exponentially, prey grows exponentially:

$$\lim_{t\to\infty} R = 0 \quad , \quad \lim_{t\to\infty} B = \infty$$

e.

$$(R^*, B^*) = \left\{(0,0), \left(\frac{c}{d}, \frac{a}{b}\right)\right\}$$

f.



2. Managing your weight

a.

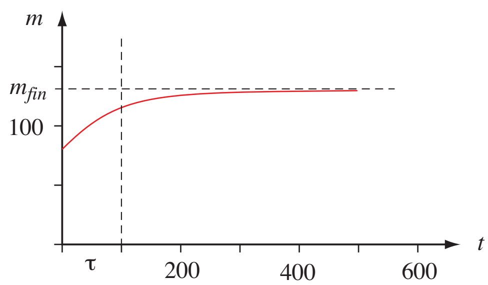
$$
\begin{aligned}
&\frac{dm}{dt} = \Pi_m \quad , \quad m(0) = 80 \\
&\Pi_m = f_1 D \quad , \quad f_1 = 0.005 \\
&D = I_{in} - I_{met} \\
&I_{met} = 2000 + f_2(m - 80)
\end{aligned}
$$

b.

$$
\begin{aligned}
&\frac{dm}{dt} = f_1(I_{in} - I_{met}) \\
&\frac{dm}{dt} = f_1(2100 - (2000 + f_2(m - 80))) \\
&\frac{dm}{dt} = 100 f_1 + 80 f_1 f_2 - f_1 f_2 m \\
&\frac{dm}{dt} = 1.3 - 0.010m \quad , \quad m(0) = 80
\end{aligned}
$$

c.

$$
\begin{aligned}
&\frac{dm}{dt} = 1.3 - f_1 f_2 m \quad , \quad m(0) = 80 \\
&m(t) = m(0) + \left[m_{fin} - m(0)\right]\left(1 - \exp(-f_1 f_2 t)\right) \\
&\left.\frac{dm}{dt}\right|_{t \to \infty} = 0 \quad \Rightarrow \quad m_{fin} = 130 \\
&\tau = \frac{1}{f_1 f_2} = 100
\end{aligned}
$$



d. The factor f1 describes how easily "excess energy intake" is "converted" into additional mass. This is most likely a biological factor that cannot be influenced by the person.

The factor f2 describes how strongly "excess mass" above 80 kg increases the metabolic rate. We can influence the metabolic rate by, for example, changing our physical activity

e.

$$
\frac{dI_{in}}{dt} = -\frac{1}{\tau} D_m = -\frac{1}{\tau}(m - m_{des})
$$

When the actual mass is smaller than the desired mass, Dm is negative. Since we have to increase our intake, i.e., dIin/dt >0, there needs to be a minus sign.

f.

$$
\begin{aligned}
&\frac{dm}{dt} = \Pi_m \quad , \quad m(0) = 80 \\
&\frac{dI_{in}}{dt} = -\frac{1}{\tau} D_m \quad , \quad I_{in}(0) = 2100 \\
&\Pi_m = f_1 D \\
&D = I_{in} - I_{met} \\
&I_{met} = 2000 + f_2(m - 80) \\
&D_m = m - m_{des} \quad , \quad m_{des} = 110
\end{aligned}
$$

g.

$$
\begin{aligned}
&\frac{dm}{dt} = f_1\left(I_{in} - \left(2000 + f_2(m - 80)\right)\right) \\
&\frac{dm}{dt} = f_1 I_{in} - f_1\left(2000 + f_2(m - 80)\right) \\
&\frac{dm}{dt} = -f_1 f_2 m + f_1 I_{in} - 2000 f_1 + 80 f_1 f_2 \quad , \quad m(0) = 80 \\
&\frac{dI_{in}}{dt} = -\frac{1}{\tau}\left(m - m_{des}\right) \quad , \quad I_{in}(0) = 2100
\end{aligned}
$$

h.

$$
\begin{aligned}
\frac{d^2}{dt^2} m &= -f_1 f_2 \frac{d}{dt} m + f_1 \frac{d}{dt} I_{in} \\
&= -f_1 f_2 \frac{d}{dt} m + f_1\left(-\frac{1}{\tau}\left(m - m_{des}\right)\right) \\
&= -f_1 f_2 \frac{d}{dt} m - \frac{f_1}{\tau} m + \frac{f_1}{\tau} m_{des}
\end{aligned}
$$

$$
m(0) = 80 \quad , \quad \left.\frac{dm}{dt}\right|_{t=0} = f_1\left(I_{in}(0) - 2000\right) = 0.50
$$

i.

$$
\begin{aligned}
&T = \frac{2\pi}{\Omega} \quad , \quad \Omega^2 = \frac{f_1}{\tau} = 0.0025 \\
&T = 2\pi\sqrt{1/0.0025} = 125.7\ (days)
\end{aligned}
$$

j. So that there is no oscillatory behavior when approaching the new weight, the damping must be large. This means we have to make the factor multiplying dm/dt large: f1*f2 needs to be large. Since f1 is fixed, we can only make f2 large (more exercise!!).

3. Cooling and heating water

a. Heat transfer from water to metal is very efficient: small resistance; the wall is thin metal: small resistance. Therefore, these resistances do not contribute (much) to the total resistance (which is dominated by the resistance of transfer from metal to air).

b.

$$\frac{dE}{dt} = \mathcal{P}_{el} - I_{E,HT} - I_{E,rad}$$

c.

$$I_{E,HT} = Ah\left(T - T_a\right)$$
$$I_{E,rad} = A\varepsilon\sigma\left(T^4 - T_a^4\right)$$

d.

$$T = \frac{1}{mc}E \quad if \quad c = const$$

e.

$$\frac{d}{dt}\left(mcT\right) = \mathcal{P}_{el} - Ah\left(T - T_a\right) - A\varepsilon\sigma\left(T^4 - T_a^4\right)$$
$$\frac{d}{dt}T = \frac{\mathcal{P}_{el} + AhT_a + A\varepsilon\sigma T_a^4}{mc} - \frac{Ah}{mc}T - \frac{A\varepsilon\sigma}{mc}T^4 \quad , \quad T(0) = T_0$$

f.

$$\frac{d}{dt}T = \frac{\mathcal{P}_{el} + AhT_a + A\varepsilon\sigma T_a^4}{mc} - \frac{Ah}{mc}T - \frac{A\varepsilon\sigma}{mc}T^4$$
$$\left.\frac{d}{dt}T\right|_{t=0} = \frac{2.0 + 0.020\cdot 7.5\cdot 300 + 0.020\cdot 1\cdot 5.67\cdot 10^{-8}\cdot 300^4}{0.30\cdot 4200}\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{s}}$$
$$- \frac{0.020\cdot 7.5}{0.30\cdot 4200}360\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{s}} - \frac{0.020\cdot 1\cdot 5.67\cdot 10^{-8}}{0.30\cdot 4200}360^4\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{s}} = -1.34\cdot 10^{-2}\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{s}}$$

g.

$$0 = \frac{\mathcal{P}_{el} + AhT_a + A\varepsilon\sigma T_a^4}{mc} - \frac{Ah}{mc}T_\infty - \frac{A\varepsilon\sigma}{mc}T_\infty^4$$
$$0 = \frac{2.0 + 0.020\cdot 7.5\cdot 300 + 0.020\cdot 1\cdot 5.67\cdot 10^{-8}\cdot 300^4}{0.30\cdot 4200}$$
$$- \frac{0.020\cdot 7.5}{0.30\cdot 4200}T_\infty - \frac{0.020\cdot 1\cdot 5.67\cdot 10^{-8}}{0.30\cdot 4200}T_\infty^4$$
$$1.191\cdot 10^{-4}T_\infty = 4.459\cdot 10^{-2} - 9.00\cdot 10^{-13}T_\infty^4$$

First guess: T0 = 310. Insert on right hand side of equation, you will get: T1 = 304.5. Continue inserting on right hand side: T2 = 309, T3 = 305… T ≈ 307 K.

h.

$$R_{E,tot} = R_{E,cond} + R_{E,conv}$$

$$= \frac{d}{Ak_E} + \frac{1}{Ah} = \frac{1}{A}\left(\frac{d}{k_E} + \frac{1}{h}\right) = \frac{1}{A}\left(\frac{0.0040}{0.040} + \frac{1}{7.5}\right) = \frac{1}{Ah_{tot}} \quad , \quad h_{tot} = 4.29\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{K\cdot m^2}}$$

$$\frac{d}{dt}\left(mcT\right) = \mathcal{P}_{el} - Ah_{tot}\left(T - T_a\right) - A\varepsilon\sigma\left(T^4 - T_a^4\right)$$

$$0.30\cdot 4200\cdot \frac{d}{dt}T\bigg|_{t=0}$$

$$= 2.0\,\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{s}} - 0.020\cdot 4.29\cdot 60\,\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{s}} - 0.020\cdot 5.67\cdot 10^{-8}\left(360^4 - 300^4\right)\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{s}}$$

$$= -1.03\cdot 10^{-2}\,\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{s}}$$