NTSY1: Natur, Technik, Systeme

Test 1, Oktober 2015

Erstes Semester WI15

Erlaubte Hilfsmittel: **Persönlich verfasste Zusammenfassung; Buch: The Dynamics of Heat**. Rechen- und Schreibzeugs.

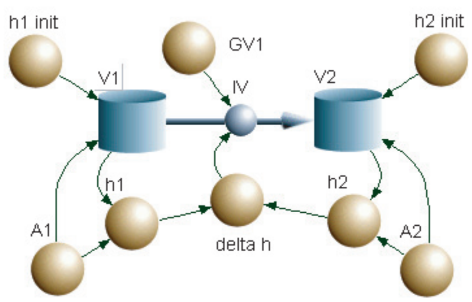
Antworten müssen begründet und nachvollziehbar sein.

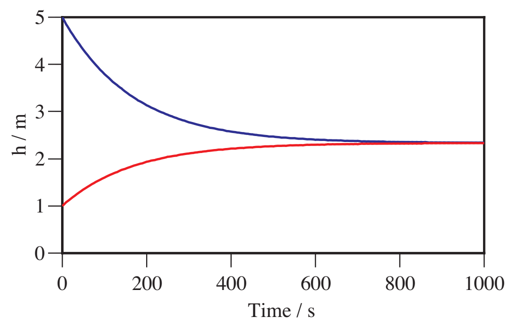
Dauer der Prüfung: 60 Minuten.

Modell und Simulation für zwei kommunizierende Olivenöl-Tanks

Zwei oben offene geradwandige Tanks in einer Olivenöl Presse werden am Boden mit einem Schlauch verbunden. Tank 1 hat eine Querschnittsfläche von 1.00 m^2. Er ist anfänglich auf 5.0 m gefüllt. Im zweiten Tank steht das Olivenöl am Anfang 1.0 m hoch. Olivenöl hat eine Dichte von 900 kg/m^3. Rechnen Sie mit einer Stärke des Schwerefeldes von g = 10 N/kg. Benutzen Sie immer Standard-SI-Einheiten.

Für das System der beiden kommunizierenden Tanks wird ein dynamisches Modell gemacht, für das das Diagramm wie untengezeigt aussieht. V, h und A bedeuten Volumen, Füllhöhe und Querschnittfläche. IV ist die Volumenstromstärke, delta_h die Differenz der Füllhöhen; GV1 ist der hydraulische Leitwert (Transferfaktor). Eine Simulation, die gut mit dem gemessenen Verhalten übereinstimmt, zeigt folgenden Verlauf der Füllhöhen.





Ein separates Experiment hat gezeigt, dass die Volumenstromstärke proportional zu delta_h ist.

a. Wie gross ist die Querschnittfläche von Tank 2? [1 P.]

b. Welche Einheit muss GV1 im gezeigten Modell haben? [1 P.]

c. Bestimmen und zeichnen Sie so genau wie möglich die Volumenstromstärke als Funktion der Zeit. [2 P.]

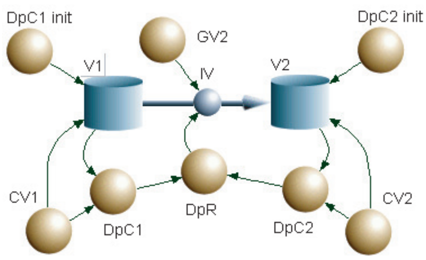
d. Bestimmen Sie GV1 (Sie sollten einen Wert von 0.0040 in der entsprechenden Einheit erhalten). [2 P.]

e. Konstruieren Sie präzise das I_V - Δp_R - Diagramm (das charakteristische Diagramm) für den Transport des Öls durch das Rohr (d.h. mit konkreten korrekten Zahlen und Einheiten auf den beiden Achsen). [1 P.]

f. Nehmen Sie an, der Schlauch würde ersetzt, so dass GV1 doppelt so gross wie in der gezeigten Simulation wäre (alles andere bleibt gleich). Zeichnen Sie den Verlauf der Füllhöhen in das unten vergrösserte *h*-*t* Diagramm ein. Erklären Sie genau, wie Sie auf die neuen Funktionen kommen. [2 P.]

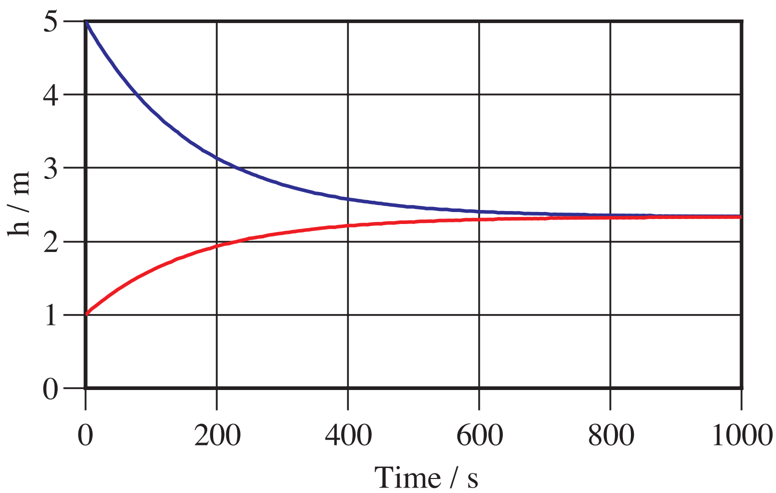
g. Man lässt Olivenöl mit einem konstanten Strom in den ersten Tank fliessen. Wie gross müssen Sie den Strom mindestens machen, damit das Niveau in Tank 1 sicher nicht abnimmt? [1 P.]

ZUSATZAUFGABEN. Das Modell soll mit Hilfe des Drucks (und nicht der Füllhöhe) formuliert werden. Das Modell-Diagramm soll exakt wie das rechts gezeigte aussehen.



h. Was bedeuten CV1 und CV2? Welche Werte haben die beiden Grössen? Geben Sie auch die Einheit von C_V an. [2 P.]

i. Welchen Wert müssen Sie GV2 geben, damit Sie die im ersten Modell gezeigte Simulation erhalten? Geben Sie auch die Einheit von GV2 an. [2 P.]



NTSY1: Natural and Technical Systems

Test 1, October 2015

First Semester WI15

Allowed tools: **Personally writtensummary**. **Book: The Dynamics of Heat.** Calculators and writing materials.

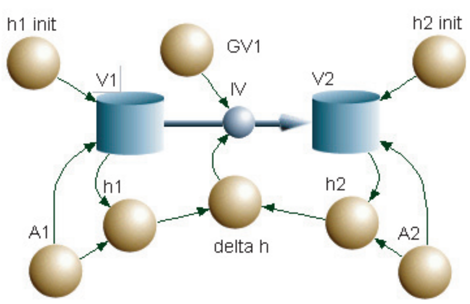
Answers must be explained and must be documented.

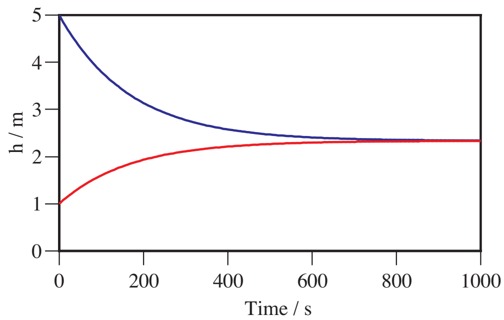
Duration of the exam: 60 minutes.

Model and simulation of two communicating olive oil tanks

Two open and straight walled tanks in an olive oil factory are connected by a pipe at their floors. Tank 1 has a cross section of 1.0 m^2. Initially, the fluid level is at 5.0 m. The olive oil level in Tank 2 equals 1.0 m initially. The oil has a density of 900 kg/m^3. Use a value of g = 10 N/kg for the strength of gravity. Always use standard SI-Units.

A dynamical model has been produced for the communicating tanks; its diagram is shown below. V, h and A denote volumes, fluid levels, and corss sections, respectively. IV is the volume current, delta_h denotes level difference; GV1 is the hydraulic conductance (transfer factor). A simulation that fits observations rather well shows the oil levels as functions of time.





A separate experiment demonstrates that the volume current is proportional to delta_h.

a. What is the cross section of Tank 2? [1 P.]

b. What is the unit of GV1 in the model shown above? [1 P.]

c. Determine and draw the volume current as a function of time. [2 P.]

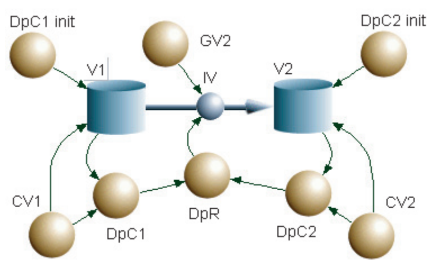
d. Determine GV1 (you should obtain a value of 0.0040 in corresponding units). [2 P.]

e. Draw a precise I_V - Δp_R diagramm (the characteristic diagram) for the transport of oil through the pipe (i.e., with concrete and correct values and units on the axes). [1 P.]

f. Now replace the pipe so that GV1 is double of what it is in the simulation shown (everything else is kept contant). Draw the oil levels as functions of time in the enlarged *h*-*t* diagramm below. Explain in detail how you obtain your solution. [2 P.]

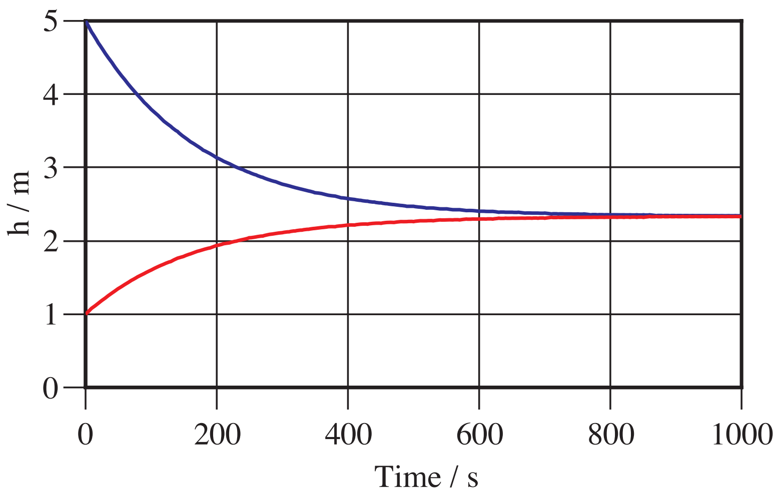
g. Now, olive oil is let flow into Tank 1 with a constant volume current. How strong does this current have to be at least so that the level of oil in Tank 1 will not gow down? [1 P.]

ADDITIONAL QUESTIONS. The model is to be formulated with the help of pressure (differences) rather than with oil levels. The model diagram is supposed to be like the one shown on the right.



h. What is the meaning of CV1 and CV2? What are the values of these quantities? Also give the units of CV. [2 P.]

i. What is the value of GV2 so that you get the same simulation result as in Model 1? What is the unit of GV2? [2 P.]



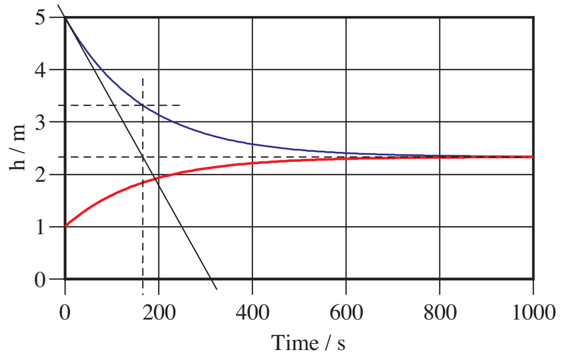
Solutions

a. Balance of volume:

$$A_1 \Delta h_1 = -A_2 \Delta h_2$$

$$A_1\left(h_f - h_{10}\right) = -A_2\left(h_f - h_{20}\right)$$

$$A_2 = -\frac{A_1\left(h_f - h_{10}\right)}{h_f - h_{20}} = -\frac{1.0\cdot(2.33-5)}{2.33-1}\,\mathrm{m}^2 = 2.0\mathrm{m}^2$$



b.

$$I_V = G_V \Delta h$$

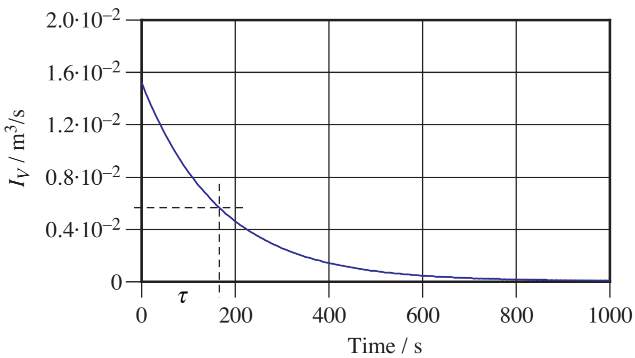
$$\left[G_V\right] = \frac{\left[I_V\right]}{\left[\Delta h\right]} = \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$$

c.

$$\dot{V}_1 = -I_V$$

$$I_V(0) = -\dot{V}_1(0) \approx 5.0/320\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}} = 1.56\cdot 10^{-2}\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}$$

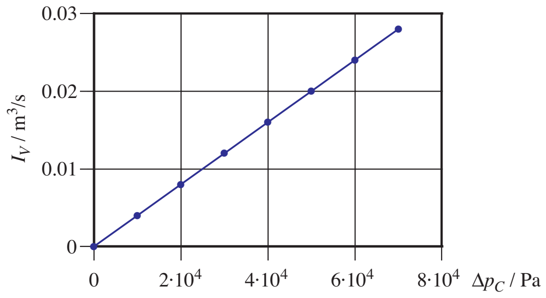
$$I_V(t) = I_V(0)\exp\left(-t/\tau\right) \quad , \quad \tau \approx 170\mathrm{s}$$



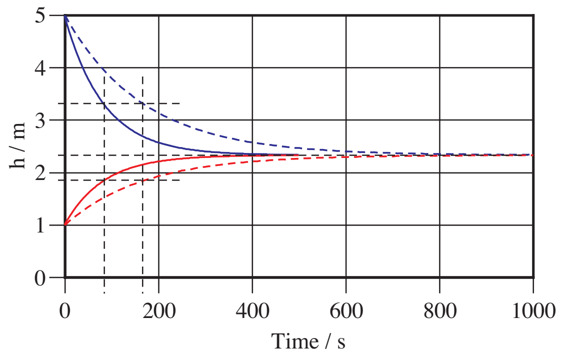
d. Use values at t = 0:

$$I_V = G_V \Delta h$$
$$\dot{V}_1 = -I_V$$
$$G_V = \frac{I_V(0)}{\Delta h(0)} = \frac{-\dot{V}_1(0)}{\Delta h(0)} = -\frac{A_1 \dot{h}_1(0)}{\Delta h(0)}$$
$$\approx -\frac{1.0 \cdot (-5.0/320)}{4.0} \frac{m^2}{s} = 3.9 \cdot 10^{-3} \frac{m^2}{s}$$

e.



f. The current will be twice as strong, the time constant half of what it was before:



g. Law of balance for Tank 1:

$$\dot{V}_1 = -I_V + I_{V,in}$$

So that V cannot decrease (but could increase) at t = 0, the critical value for the rate of change of V is 0:

$$0 = -I_V(0) + I_{V,in}$$
$$I_{V,in} = I_V(0) = 1.56 \cdot 10^{-2}\, m^3/s$$

With this value of IV,in, dV/dt(0) = 0 and V will increase afterwards.

h. CV is the hydraulic capacitance. Values are:

$$C_V = \frac{V}{\Delta p_C} = \frac{A\Delta h}{\rho g \Delta h} = \frac{A}{\rho g}$$
$$C_{V1} = \frac{A_1}{\rho g} = \frac{1.0}{900\cdot 10}\frac{\text{m}^3}{\text{Pa}} = 1.11\cdot 10^{-4}\,\frac{\text{m}^3}{\text{Pa}}$$
$$C_{V2} = \frac{A_2}{\rho g} = \frac{2.0}{900\cdot 10}\frac{m^3}{Pa} = 2.22\cdot 10^{-4}\,\frac{\text{m}^3}{\text{Pa}}$$

i. Values at t = 0:

$$I_V = G_V \Delta p_C$$
$$\Delta p_C = \rho g \Delta h$$
$$\dot{V}_1 = -I_V$$
$$G_V = \frac{I_V(0)}{\rho g \Delta h(0)} = \frac{-\dot{V}_1(0)}{\rho g \Delta h(0)} = -\frac{A_1 \dot{h}_1(0)}{\rho g \Delta h(0)}$$
$$\approx -\frac{1.0\cdot(-5.0/320)}{900\cdot 10\cdot 4.0}\frac{\text{m}^2}{\text{s}} = 4.34\cdot 10^{-7}\,\frac{\text{m}^3}{\text{s}\cdot\text{Pa}}$$