

# NATUR, TECHNIK, SYSTEME

## TEST 2, MAI 2016

Erlaubte Hilfsmittel: Selbst verfasste, von Hand geschriebene Zusammenfassung; das Buch The Dynamics of Heat von H.U.Fuchs und ein Mathematikformelbuch. Rechen- und Schreibzeugs.

Antworten müssen begründet und nachvollziehbar sein.

Dauer des Tests: 60 Minuten.

### Aufgaben

- I. Es soll ein Modell für eine Tierpopulation in einem Park erstellt werden. Die momentane Anzahl Tiere im Park wird mit  $N$  bezeichnet. Zum Zeitpunkt  $t=0$  befinden sich  $N_0$  Tiere im Park. Die Tiere werden mit einer Rate  $Pi\_N\_G$  geboren und sterben mit einer Rate  $Pi\_N\_S$ . Zusätzlich wandern Tiere mit einer konstanten Rate  $I\_N$  ein. Geburten- und Sterberate sind proportional zur momentanen Anzahl Tiere im Park. Bezeichnen Sie den Proportionalitätsfaktor für die Sterberate mit  $k\_S$  und den für die Geburtenrate mit  $k\_G$ .
  - 1) Zeichnen Sie das Flowchart für eine Berkeley Madonna Modell auf, mit dem Sie die Anzahl Tiere im Park als Funktion der Zeit simulieren können. (1P)
  - 2) Schreiben Sie alle Gleichungen auf, die Sie für die Simulation brauchen. (1P)
  - 3) Leiten Sie das Anfangswertproblem für  $N$  her. (1P)
  - 4) Skizzieren Sie  $N$  als Funktion der Zeit für den Fall  $k\_S=2$ ;  $k\_G=1.5$ ;  $I\_N=100$  Tiere/Jahr und  $N_0=100$  Tiere. Welche Einheit haben  $k\_S$  und  $k\_G$ ? (2P)
  
- II. Die Parkverwaltung möchte die Anzahl Tiere im Park begrenzen. Dazu wird Einwanderung der Tiere kontrolliert. Die Änderungsrate von  $I\_N$  ist jetzt neu proportional zu der Differenz zwischen einer maximal erwünschten Zahl Tiere  $N\_max$  und der momentanen Zahl Tiere im Park. Der Proportionalitätsfaktor wird mit  $k\_L$  bezeichnet. Zum Zeitpunkt  $t=0$  ist  $I\_N=0$ .
  - 1) Zeichnen Sie das Flowchart für eine Berkeley Madonna Modell auf, mit dem Sie die Anzahl Tiere im Park als Funktion der Zeit simulieren können. (1P)
  - 2) Schreiben Sie alle Gleichungen auf, die Sie für die Simulation brauchen. (1P)
  - 3) Leiten Sie das Anfangswertproblem für  $N$  her. (1P)
  - 4) Unter welcher Bedingung erhalten Sie eine ungedämpfte Schwingung? (1 P)
  - 5) Wie gross ist die Schwingungsperiode? (1 P)
  - 6) Zusatz: Skizzieren Sie  $N$  als Funktion der Zeit, für den Fall  $N_0=100$ ;  $N\_max=150$ ;  $k\_S=k\_G$  und  $k\_L=1$  (2 Bonuspunkte)
  - 7) Zusatz: Skizzieren Sie  $N$  als Funktion der Zeit, für den Fall  $N_0=100$ ;  $N\_max=150$ ;  $k\_S=1.3$ ;  $k\_G=1.2$  und  $k\_L=1$  (2 Bonuspunkte)