NTSY1: Natur, Technik, Systeme

Test 1, Oktober 2016

Erstes Semester WI16

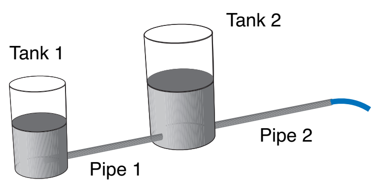
Erlaubte Hilfsmittel: **Persönlich verfasste Zusammenfassung von bis zu 6 Seiten; Buch: The Dynamics of Heat**. Rechen- und Schreibzeugs.

Antworten müssen begründet und nachvollziehbar sein.

Dauer der Prüfung: 60 Minuten.

Zwei kommunizierende Wasser-Tanks mit Ausfluss

Zwei oben offene geradwandige Tanks sind anfänglich auf verschiedene Niveaus mit Wasser gefüllt. Die Tanks haben verschiedene Querschnitte und sind am Boden durch einen Schlauch miteinander verbunden. Der zweite Tank hat einen zusätzlichen Ausfluss – auch auf dem Niveau der Böden der Tanks.



Aus einer Messung sind die Volumina von Wasser in den beiden Tanks bekannt (siehe Diagramm auf Rückseite).

Daten: Durchmesser von Tank 1: 99 mm, Tank 2: 149 mm.

a. Formulieren Sie die momentane Volumenbilanz für (1) Tank 1, (2) Tank 2, (3) Tank 1 und Tank 2 als ein einziges Element zusammengefasst. [1 P.]

b. Skizzieren sie so genau wie möglich die beiden Füllhöhen $h_1(t)$ und $h_2(t)$ in einem h-t Diagramm. [1 P.]

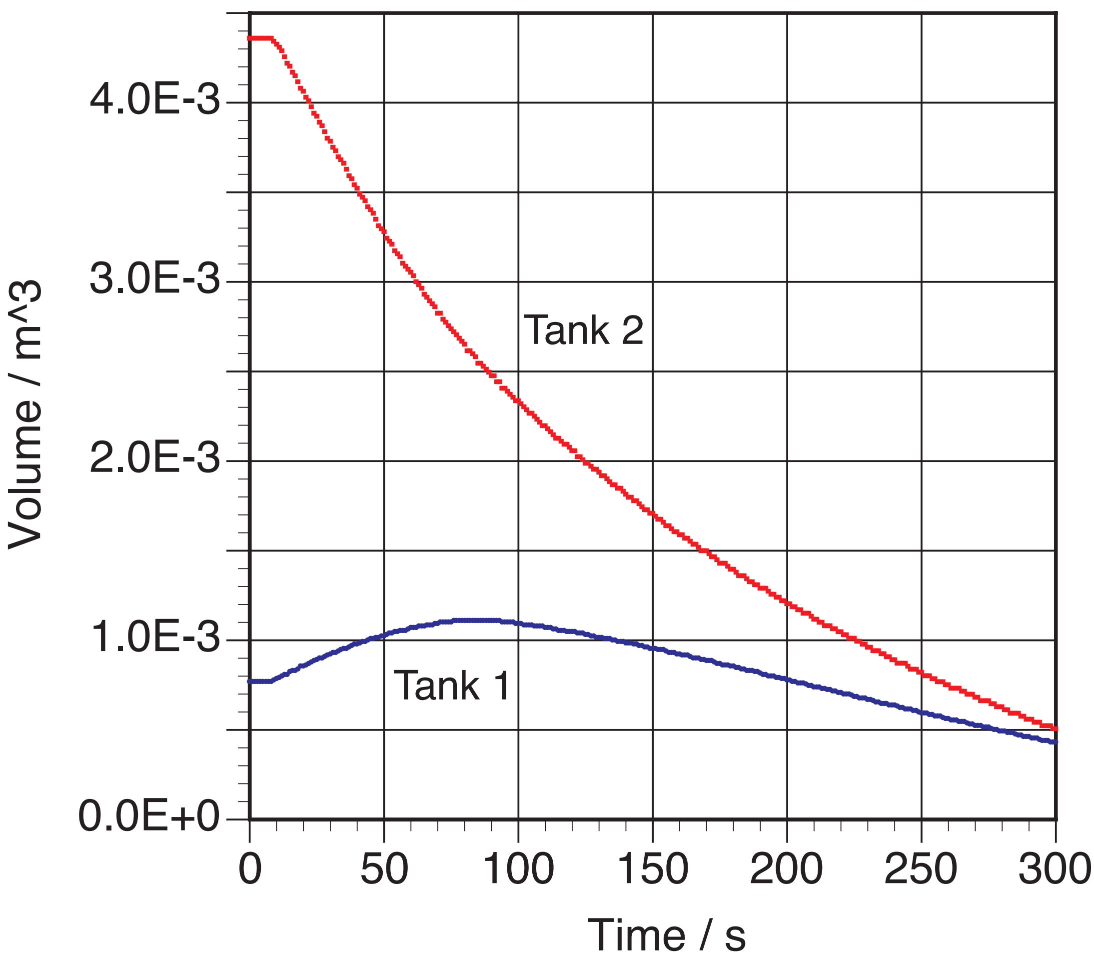
c. Warum schneiden sich $h_1(t)$ und $h_2(t)$ genau dort, wo $h_1(t)$ sein Maximum hat? [1 P.]

d. Bestimmen Sie die Stärke des Volumenstroms I_{V2} durch das Ausflussrohr 2 zum Zeitpunkt, wo $h_1(t)$ sein Maximum hat. [2 P.]

e. Man nimmt an, dass $I_{V2} = k\sqrt{\Delta p_{C2}}$ ist (turbulente Strömung). Bestimmen Sie den Strömungsfaktor k für Rohr 2. [2 P.]

f. Wieviel Wasser ist von 100 s bis 200 s durch das Rohr 2 geflossen? [3 P.]

g. [ZUSATZAUFGABE] Beantworten Sie Frage f auch noch auf eine andere Art als die, die Sie vorher benutzt haben… [2 P.]



4.0E-3
3.0E-3
2.0E-3
1.0E-3
0.0E+0
Volume / m^3
Tank 2
Tank 1
0
50
100
150
200
250
300
Time / s

NTSY1: Natural and Technical Systems

Test 1, October 2016

First Semester WI16

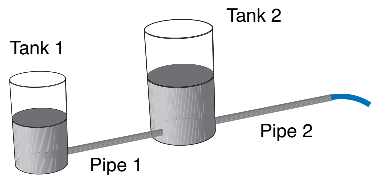
Allowed tools: **Personally writtensummary of up to 6 pages**.
Book: The Dynamics of Heat. Calculators and writing materials.

Answers must be explained and must be documented.

Duration of the exam: 60 minutes.

Two communicating water tanks with outflow

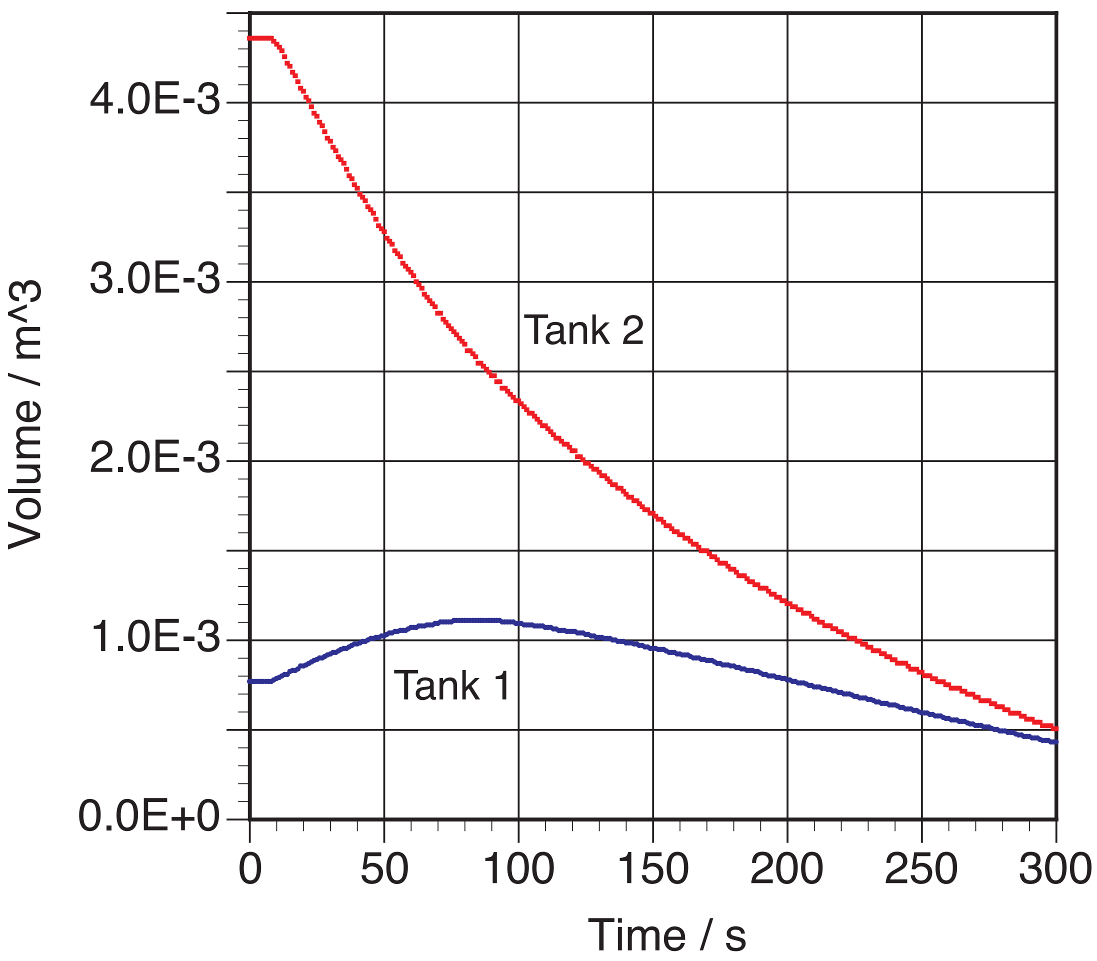
Two straight-walled open cylindrical tanks are filled to different levels initially. The tanks have different cross sections and are connected by a hose as shown in the figure. The second tank has an additional outflow—again at the level of the bottoms of the tanks.



From experiment, we know the volumes of water in the tanks as functions of time (see diagram on reverse page).

Data: Diameter of Tank 1: 99 mm, Tank 2: 149 mm.

a. Formulate the instantaneous (dynamical) law of balance of volume for (1) Tank 1, (2) Tank 2, (3) Tank 1 and Tank 2 combined into a single element. [1 P.]
b. Sketch as accurately as possible the water levels $h_1(t)$ and $h_2(t)$ in a h-t diagram. [1 P.]
c. Why do $h_1(t)$ and $h_2(t)$ intersect where $h_1(t)$ is at its maximum? [1 P.]
d. Determine the volume current I_{V2} through Pipe 2 at the moment when $h_1(t)$ is at its maximum value. [2 P.]
e. We assume that $I_{V2} = k\sqrt{\Delta p_{C2}}$ (turbulent flow). Determine the flow factor k for Pipe 2. [2 P.]
f. How much water has flowed through Pipe 2 from 100 s to 200 s? [3 P.]
g. [ADDITIONAL QUESTION] Answer question f again by using a different approach (different from what you did before). [2 P.]

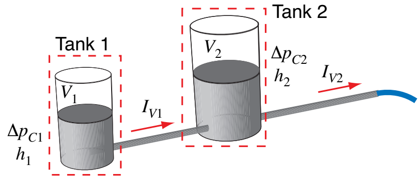


4.0E-3
3.0E-3
2.0E-3
1.0E-3
0.0E+0
Volume / m^3
Tank 2
Tank 1
0
50
100
150
200
250
300
Time / s

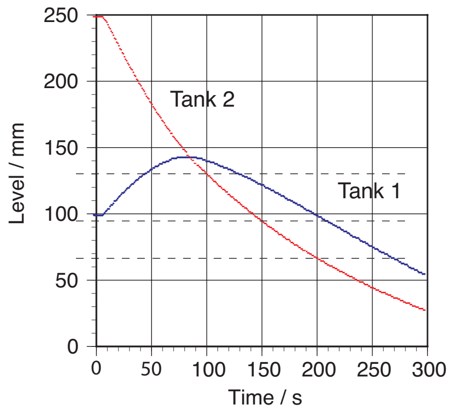
Solutions

a. Balance of volume

$$\frac{d}{dt}V_1 = -I_{V1}$$
$$\frac{d}{dt}V_2 = I_{V1} - I_{V2}$$
$$\frac{d}{dt}V_{tot} = -I_{V2} \quad , \quad V_{tot} = V_1 + V_2$$

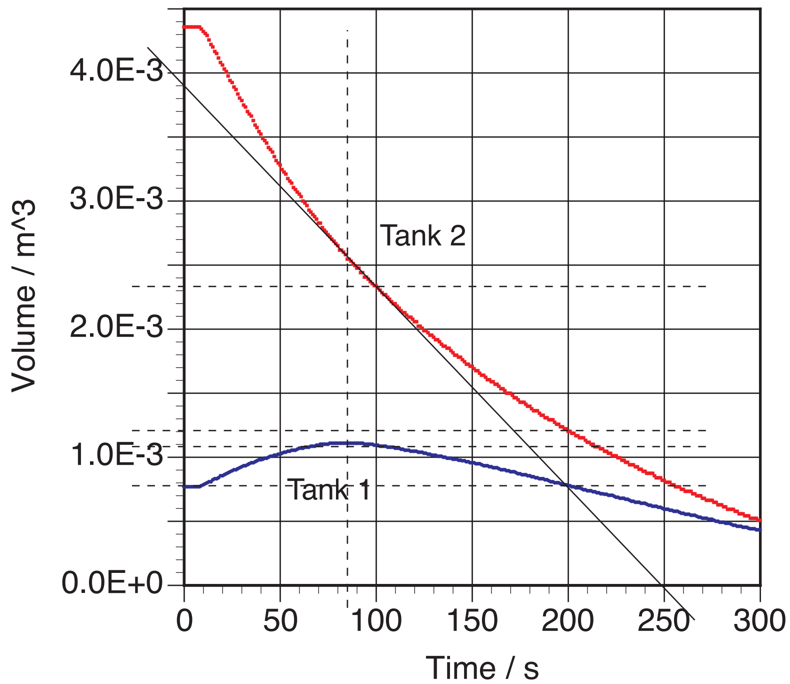


b.



c. If h1 = h1, then delta_pC1 = 0, therefore IV1 = 0, therefore dV1/dt = 0, therefore h1 has its maximum there.

d.



$$\frac{d}{dt}V_2 = I_{V1} - I_{V2} \quad , \quad I_{V1} = 0$$
$$\frac{d}{dt}V_2 = -I_{V2}$$
$$\frac{d}{dt}V_2 \approx \frac{-3.9\cdot 10^{-3}}{250}\frac{\text{m}^3}{\text{s}} = -1.6\cdot 10^{-5}\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \quad \Rightarrow \quad I_{V2} = 1.6\cdot 10^{-5}\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

e. t for h1 = max: h2 = 143 mm:

$$I_{V2} = 1.6\cdot 10^{-5}\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$
$$\Delta p_{C2} = 9.81\cdot 1000\cdot 0.143\text{Pa} = 1.40\cdot 10^3\,\text{Pa}$$
$$k_2 = \frac{I_{V2}}{\sqrt{\Delta p_{C2}}} = 4.2\cdot 10^{-7}\frac{\text{m}^3}{\text{s}\cdot\text{Pa}^{0.5}}$$

f.

$$\frac{d}{dt}V_{tot} = -I_{V2} \quad , \quad V_{tot} = V_1 + V_2$$
$$\frac{d}{dt}\left(V_1 + V_2\right) = -I_{V2} \quad \Rightarrow \quad \left(\Delta V_1 + \Delta V_2\right)_{100\text{s}\to 200\text{s}} = -V_{e2,100\text{s}\to 200\text{s}}$$
$$\left(\Delta V_1 + \Delta V_2\right)_{100\text{s}\to 200\text{s}} \approx$$
$$\left(0.78\cdot 10^{-3} - 1.08\cdot 10^{-3}\right)\text{m}^3 + \left(1.2\cdot 10^{-3} - 2.33\cdot 10^{-3}\right)\text{m}^3$$
$$= -1.43\cdot 10^{-3}\,\text{m}^3$$

g. Use k2 and h2(t) to calculate IV2(t) at three points in the time interval, sketch IV2(t), then integrate IV2(t) over time. h2(100) = 130 mm, h2(150) = 95 mm, h2(200) = 67 mm. Result: Ve2 = – $1.3\cdot 10^{-3}$ m^3.

Table 1:

t / s	h2 / m	DpC2 / Pa	IV2 / m^3/s
100	0.130	$1.28\cdot 10^3$	$1.50\cdot 10^{-5}$
150	0.095	$0.93\cdot 10^3$	$1.28\cdot 10^{-5}$
200	0.067	$0.66\cdot 10^3$	$1.08\cdot 10^{-5}$