Natur, Technik, Systeme NTSY2

Semesterendprüfung, Juni 2017

Wirtschaftsingenieurwesen, ZHAW, WI16 (a-b), WI15t

Allgemeine Bemerkungen

Dauer der Prüfung: 150 Minuten.

Antworten müssen begründet und nachvollziehbar sein.

Erlaubte Hilfsmittel: **Persönlich verfasste Zusammenfassung von 12 Seiten; Buch: The Dynamics of Heat**. Rechen- und Schreibzeugs.

Lösen Sie **jede Aufgabe auf einem separaten Blatt**.

Schreiben Sie jedes Blatt an (Name, Datum, Prüfung, Nummer der Aufgabe).

Geben Sie die Aufgabenblätter mit Ihren Lösungen ab. Schreiben Sie die Aufgabenblätter mit Ihrem Namen an.

Punkteverteilung:

Aufgabe 1: 12

Aufgabe 2: 14

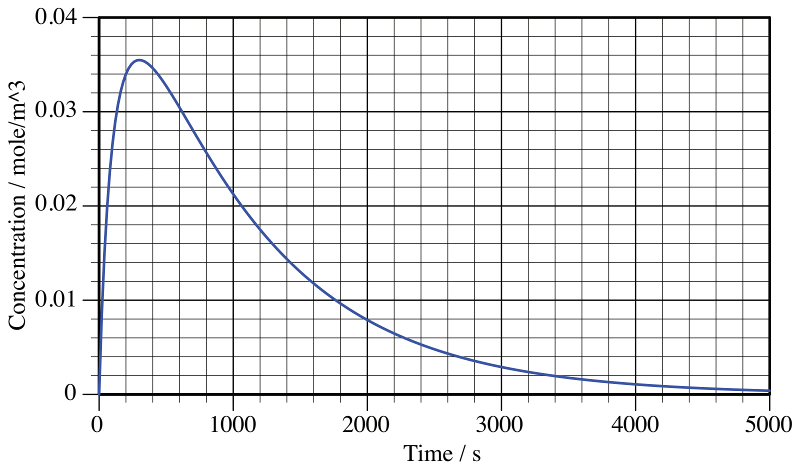
Aufgabe 3: 14

1. In einem chemischen Reaktor mit einem konstanten Volumen V laufen die folgenden Reaktionen ab:

$$A + B \rightarrow C \rightarrow D$$

wobei A, B, C, D vier verschiedene Substanzen darstellen. Die erste Reaktion $A + B \rightarrow C$ ist zweiter Ordnung und vollständig mit einer Ratenkonstanten k_1. Die zweite Reaktion $C \rightarrow D$ ist erster Ordnung und vollständig mit einer Ratenkonstanten k_2.

Am Anfang befinden sich 0.5 mol von A und 1.0 mol von B in dem Reaktor. Von C und D befindet sich nichts im Reaktor. Das Volumen des Reaktors beträgt 10 m^3. Er ist bis oben hin gefüllt. In der Abbildung unten ist die Konzentration des Stoffes C (c_C) als Funktion der Zeit aufgezeichnet. Nach 1000 s ist der Stoff A aufgebraucht.



a. Schreiben Sie die Bilanzgleichung für die Stoffmenge von C (n_C) hin. [1 P]

b. Schreiben Sie die Reaktionsraten (Produktion und Vernichtung) für C als Funktion der Konzentrationen von A , B , C, dem Volumen V und den beiden Ratenkonstanten k_1 und k_2 auf. [1 P]

c. Benutzen Sie die Daten für die Konzentration von C als Funktion der Zeit, um die Ratenkonstanten k_1 und k_2 numerisch zu bestimmen. Beschreiben Sie dabei Ihr Vorgehen. [4 P]

d. Bestimmen Sie graphisch so genau wie möglich die Stoffmenge von D (n_D) als Funktion der Zeit. Beschreiben Sie dabei Ihr Vorgehen. Zeichnen Sie ein $n_D - t$ Diagramm. [4 P]

e. Formulieren Sie die Differentialgleichung für die Konzentration der Substanz A (c_A), wobei Sie annehmen sollen, dass es einen *konstanten* Zustrom I_{nA} dieser Substanz in den Reaktor zusätzlich zur Reaktion von A gibt. [2 P]

2. Ein grosses Feld hat eine Fläche von 10^5 m^2. Es wird durch eine dicke horizontale Pipeline von etwa 1 km Länge von einem nahen Fluss bewässert. Wir benutzen das Symbol $I_{V,in}$ für den Wasserstrom zum Feld hin. Zudem verdunstet Wasser von der Oberfläche des Feldes mit einer Rate von $I_{V,v}$.

   Benutzen Sie die Einheit Tag (d) als Einheit für die Zeit.

   Machen Sie ein erstes Modell für die folgende Situation. Die Erde, die das Wasser enthält, hat überall eine Dicke von 1.0 m. Definieren Sie die Feuchtigkeit $h(t)$ der Erde als Verhältnis von Wasservolumen (V_w) und Volumen der Erde (V). Nehmen Sie an, der Zustrom von Wasser vom Fluss zum Feld sei konstant. Die Verdunstungsrate is proportional zu h mit einem Proportionalitätsfaktor k.

   a. Formulieren Sie das Anfangswertproblem für $h(t)$. [3 P]
   b. Falls das Feld nicht bewässert wird, verliert die Erde innerhalb von 7.0 Tagen die Hälfte ihres Wassers. Bestimmen Sie den numerischen Wert von k. [3 P]

   Machen Sie ein zweites Modell für die folgende Situation. Das Wasser in der Pipeline hat eine Induktivität L_V und einen Strömungswiderstand R_V. Ein Steuerungsmechanismus für die Zufuhr von Wasser funktioniert folgendermassen. Die Differenz zwischen erwünschter Feuchtigkeit h_E und tatsächlicher Feuchtigkeit h wird berechnet. Diese Differenz wird mit einem Faktor a multipliziert, um die Druckdifferenz Δp_P für die Wasserpumpe zu erhalten. Die Änderungsrate des Wasserstroms zum Feld wird durch eine induktive Beziehung bestimmt:

$$\frac{d}{dt} I_{V,in} = \frac{1}{L_V} \Delta p_L$$

   c. Formulieren Sie das Anfangswertproblem für $h(t)$ und $I_{V,in}(t)$, inklusive Anfangsbedingungen. [2 P]
   d. Formulieren Sie das Anfangswertproblem für $h(t)$ als Differentialgleichung zweiter Ordnung inklusive Anfangsbedingungen. [3 P]
   e. Nehmen Sie folgende Parameterwerte an: $k = 1.0 \cdot 10^4$; $a = 4.0 \cdot 10^5$; $L_V = 60$; $R_V = 8.0 \cdot 10^{-3}$ (mit den Einheiten, die in diesem Modell verwendet werden). Bestimmen Sie die Schwingungsperiode für diese Werte (wobei Sie annehmen, die Schwingung sei ungedämpft). [2 P]
   f. Ist die Schwingung ungedämpft, fall Sie $R_V = 0$ setzen? Erklären Sie Ihre Überlegungen. [1 P]

3. Betrachten Sie ein System aus Personen, welche sich in einem von drei Zuständen befinden: U (uniformierter Zustand), I (informierter Zustand) und V (Zustand, in dem man die Information vergessen hat). Personen im Zustand U können direkt nur in den Zustand I und diese direkt nur in den Zustand V wechseln.

   Betrachten Sie ein System, dessen Zustandsgrössen N_U und N_I sind (d.h. die normierten Masse für die Anzahl Personen in den Zuständen U und I). Die Rate des Übergangs vom Zustand U in den Zustand I, bzw. die Rate des Übergangs vom Zustand I in den Zustand V ist jeweils proportional zur Anzahl Personen im Ausgangszustand; die zugehörigen Proportionalitätskonstanten seien $k_{U \to I}$ und $k_{I \to V}$. Ausserdem gibt es einen konstanten Zustrom F von uninformierten Personen in den Zustand U. Die Anzahl Personen im Zustand V interessiert hier nicht weiter.

   a. Geben Sie die Einheiten der Grössen F, $k_{U \to I}$, $k_{I \to V}$, N_U und N_I in SI-Einheiten an. [1 P]
   b. Formulieren Sie die Differentialgleichungen für N_U und N_I. [3 P]
   c. Berechnen Sie analytisch alle Gleichgewichte des Systems und geben Sie sie an. [1 P]
   d. Zeichnen Sie beide Nullklinen des Systems in den Bereichen $N_U \in [0,2]$ und $N_I \in [0,2]$ und bezeichnen Sie sie. Nehmen Sie an, dass F, $k_{U \to I}$ und $k_{I \to V}$ alle gleich 1 sind (in den jeweiligen SI-Einheiten). [2 P]
   e. Zeichnen Sie das Vektorfeld des Systems im Diagramm aus Aufgabe d ein. Alle Gebiete, die bezüglich beider Vorzeichen der Dynamik homogen sind, sollten jeweils mindestens einen Vektor enthalten (wieder für $F = k_{U \to I} = k_{I \to V} = 1$ in den jeweiligen SI-Einheiten). [3 P]
   f. Beurteilen Sie aufgrund der Aufgaben d und e die Stabilität aller Gleichgewichte aus Aufgabe c. [2 P]
   g. Beschreiben Sie in Worten, wie die Lösungskurven von N_U und N_I aussehen, wenn $N_U(t = 0) = 2$ und $N_I(t = 0) = 0$ sind und wieder $F = k_{U \to I} = k_{I \to V} = 1$ gilt. Aus Ihrer Beschreibung sollten die Vorzeichen der Steigungen der beiden Lösungskurven und ihr langfristiges Verhalten klar werden (z.B. 'wächst/fällt gegen unendlich/null', 'bleibt auf dem Anfangszustand', usw.). [2 P]

Natural and Technical Systems NTSY1

Final Exam, January 2017

First Semester Wirtschaftsingenieurwesen, ZHAW, WI16 (a-b), WI15t

General Remarks

Duration of the exam: 150 minutes.

Answers must be explained and must be documented.

Allowed tools: **Personally written summary of up to 12 pages**. **Book: The Dynamics of Heat.** Calculators and writing materials.

Please solve **each problem on a separate sheet**.

Write your name, date, exam, and number of problem on **every sheet**.

Hand in the problem statements with your solutions. Write your name on the problem statements!

Points:

Problem 1: 12

Problem 2: 14

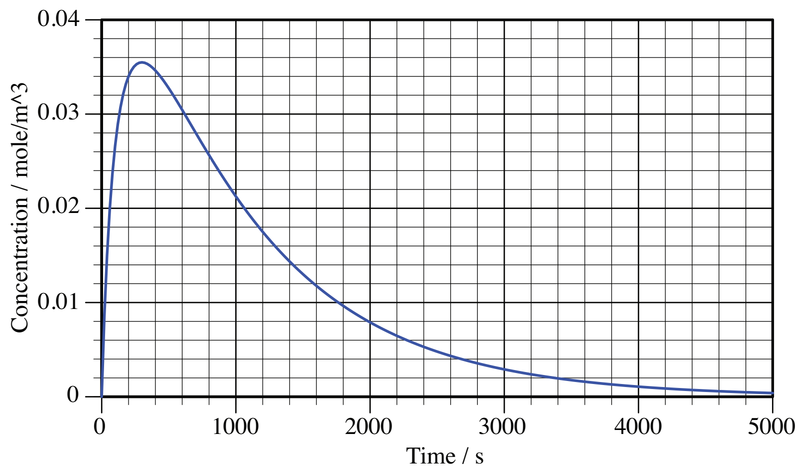
Problem 3: 14

1. In a chemical reactor having a constant volume V the following reactions are taking place:

$$A + B \rightarrow C \rightarrow D$$

where A, B, C, D are four different substances. The first reaction $A + B \rightarrow C$ is of second order and complete having a rate constant k_1. The second reaction $C \rightarrow$ Dis of first order having a rate constant k_2.

Initially, there are 0.5 moles of A and 1.0 mole of B in the reactor. There is no C and no D in the reactor. The volume of the reactor equals 10 m^3 (it is completely filled all the time). In the diagram below we see the concentration of C (c_C) as a function of time. Substance A is used up after 1000 s.



a. Formulate the law of balance for the amount of substance of C (n_C). [1 P]

b. Formulate the expressions for the reaction rates (rates of production and destruction) of C as functions of the concentrations of A, B, C, volume V, and the two rate constants k_1 and k_2. [1 P]

c. Use the data for the concentration of C as a function of time in order to determine the rate constants k_1 and k_2 numerically. [4 P]

d. Determine as carefully as possible the amount of substance of D (n_D) as a function of time. Describe your procedure. Draw a n_D–t diagram. [4 P]

e. Formulate the differential equation for the concentration of substance A (c_A) assuming that there is a *constant* inflow I_{nA} for this substance into the reactor in addition to the reaction of A. [2 P]

2. A large field having a surface area of 10^5 m^2 is irrigated through a wide horizontal pipeline (having a length of about one kilometer) leading from a nearby river to the field. We use the symbol $I_{V,in}$ for the current of water to the field. Water evaporates at a rate of from the field $I_{V,v}$.

   Throughout the problem, use days (d) for the unit of time.

   Create a first model for the following situation. The soil that contains the water is one meter thick everywhere. Define the humidity $h(t)$ as the ration of the volume of water (V_w) and volume of soil (V). Assume the flow of water from the river to the field to be constant. The rate of evaporation is proportional to h with a factor of proportionality k.

   a. Formulate the initial value problem for $h(t)$. [3 P]
   b. If the field is *not* irrigated, the soil loses half its water in 7.0 days. Determine the numerical value of k. [3 P]

   Create a second model for the following situation. The water in the pipeline has an inductance L_V and a flow resistance R_V. The flow is assumed to be laminar. A control mechanism for the flow of water to the field works as follows. The difference between desired humidity h_E and actual humidity h is calculated. This difference is multiplied by a factor a to obtain the pressure difference Δp_P for the water pump. The rate of change of the flow of water to the field is obtained by the following inductive relation:

$$\frac{d}{dt} I_{V,in} = \frac{1}{L_V} \Delta p_L$$

   c. Formulate the initial value problem for $h(t)$ and $I_{V,in}(t)$ including initial conditions. [2 P]
   d. Formulate the initial value problem for $h(t)$ as a second order differential equation including initial conditions. [3 P]
   e. Assume the following parameter values: $k = 1.0 \cdot 10^4$; $a = 4.0 \cdot 10^5$; $L_V = 60$; $R_V = 8.0 \cdot 10^{-3}$ (in the units used in this model). For these values, determine the period of oscillation (assuming that the oscillation is undamped). [2 P]
   f. Is the oscillation undamped if we set $R_V = 0$? Explain your reasoning. [1 P]

3. Consider a system of persons being in one of three states: U (uninformed state), I (informed state) and V (state where the information has been forgotten). Persons in state U can go directly only into state I, and these can go directly only into state V.

   Consider the system as having state variables N_U and N_I (these are relative values for the number of persons in states U and I). The transition rate from state U to state I, and from state I to state V are both proportional to the number of persons in the state where they originate from. The respective factors of proportionality are $k_{U \to I}$ and $k_{I \to V}$. In addition, there is a constant inflow F of uninformed people to state U. The number of people in state V is of no further interest.

   a. Determine the units of the quantities F, $k_{U \to I}$, $k_{I \to V}$, N_U and N_I in SI-units. [1 P]
   b. Formulate the differential equations for N_U and N_I. [3 P]
   c. Determine analytically all equilibria of the system. [1 P]
   d. Draw both null-clines of the system in an $N_I - N_U$ diagram for $N_U \in [0,2]$ and $N_I \in [0,2]$ and label them. Assume that F, $k_{U \to I}$ and $k_{I \to V}$ are all equal to 1 (using the associated SI-units). [2 P]
   e. Draw the vector field of the system into the diagram of problem d. All sectors that are homogeneous relative to the sign of the dynamics should contain at least one vector. Again, $F = k_{U \to I} = k_{I \to V} = 1$ in corresponding SI-units). [3 P]
   f. Analyze the stability of all equilibrium points (problem c) on the basis of problems d and e. [2 P]
   g. Describe using words the solution curves (as functions of time) for N_U and N_I if $N_U(t=0) = 2$ and $N_I(t=0) = 0$. Again, $F = k_{U \to I} = k_{I \to V} = 1$. Your description should make clear the signs of slopes of the solution curves plus their long-term behavior (use expressions such as 'grows/decays toward infinity/zero,' 'stays at the initial value,' etc.). [2 P]