

VORDIPLOMPRÜFUNG 1

Blatt 1

Abteilung: Maschinenbau
Jahr: 2000
Experten: Raeber

Klassen: MB1a

Datum: 20.9.2000

Lehrer: Fuh

Zeit: 8:00 – 11:00

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG IN PHYSIK

ERLAUBTE HILFSMITTEL: Selbstverfasste Zusammenfassung, Taschenrechner

1. Water flows out of a cylindrical container (through a long, thin horizontal pipe). In a laboratory, the volume has been measured as a function of time (see graph).

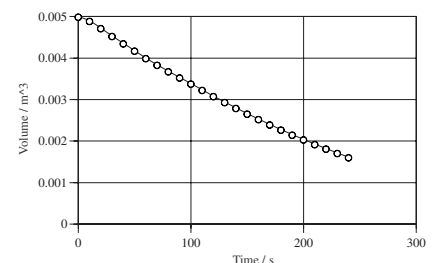


To create a model of the system, we need the correct law of out-flow. We have two alternatives to choose from:

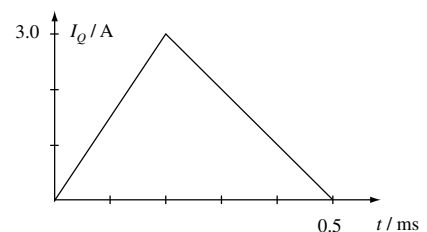
$$(a) \quad I_V = \frac{1}{R} \Delta P$$

$$(b) \quad \Delta P = k I_V^2$$

R as well as k are *constants*. Use the measured data to find out which of the two laws is better. (Cross section of the container: 0.025 m^2).



2. A capacitor with a capacitance of $250 \mu\text{F}$ and a solenoid with an inductance of 4 mH and a resistance of 1.5Ω are connected in series. The current in the circuit is given (diagram). Within 0.2 milliseconds, the current increases linearly from zero to 3 A . In the 0.3 milliseconds which follow, it falls linearly back to zero. The capacitor is uncharged at the beginning of the process.



- How much energy is stored by the capacitor at the end of the process?
- What is the voltage across the solenoid at time 0.1 ms ?
- What is the voltage across the solenoid at time 0.4 ms ?

Verteiler

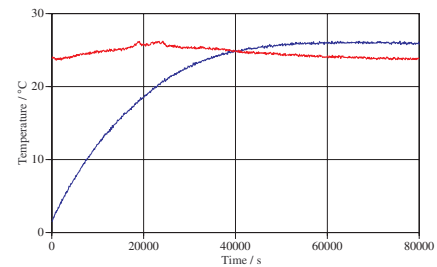
Kandidaten:
Spätestens bis Prüfungsbeginn:

nach Schluss der Prüfung an Dozierende zurück
je ein Exemplar pro Abteilung z.H. Archiv
je ein Exemplar z.H. der beteiligten ExpertInnen

3. Very cold water is filled into an insulated aluminum bottle which is then sealed. The bottle is allowed to stand in a warm room for about one day. The water is constantly stirred by a magnetic mixer. In the diagram one sees the temperatures of both the water and the environment.



- Explain why the water temperature increases to above that of the environment and then stays there.
- What is the rate of change of the water temperature right at the beginning?
- Calculate the conductivity of the insulation. Information: height of the container: 15 cm, inner radius: 3.5 cm, thickness of the aluminum: very thin, thickness of the insulation: 6 mm. The lid and the bottom are perfectly insulated. The inner heat transfer coefficient from the water to the container is very high. The outer one from the insulation to the air is $8 \text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m}^2)$. Treat the insulation as a flat “wall”.

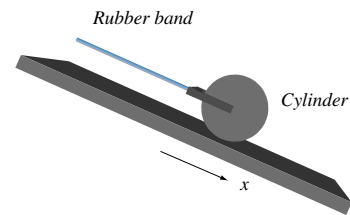


4. Consider a fixed amount of air in the atmosphere. Its momentary temperature is 15°C , the air pressure is 950 mbar. Now the sun radiates in such a way that in this fixed amount of air, energy is absorbed at a rate of 0.1 W.
- At the beginning this fixed amount of air has a volume of 1.0 m^3 . What is the amount of substance and the mass of the air?
 - At what rate does the entropy of this air increase at this moment?
 - What is the entropy capacitance at constant volume of the air in question? What is the entropy capacitance at constant pressure?
 - In the above mentioned process the pressure stays constant. At what rate does the temperature of the air change in the first moment?
5. The temperature inside a freezer is kept at a constant -23°C . The ambient temperature is 20°C . According to the technical information booklet, the freezer uses 1.2 kWh of electrical energy per day. We model the freezer as a coupled system (insulation, container, ideal heat pump, and heat exchangers). The heat pump pumps the heat reversibly from -38°C to 42°C .
- Calculate the entropy flow through the heat pump.
 - What is the energy current flowing into the freezer due to the temperature difference to the environment?
 - In our model entropy is produced in three processes. Show where this happens in your sketch of the model.
 - What is the total rate of entropy production?

6. An automobile with a mass of 1000 kg drives along a horizontal circular stretch of the street having a radius of 225 m. The speed decreases linearly in 10 s from 20 m/s to 10 m/s. The air resistance is calculated using

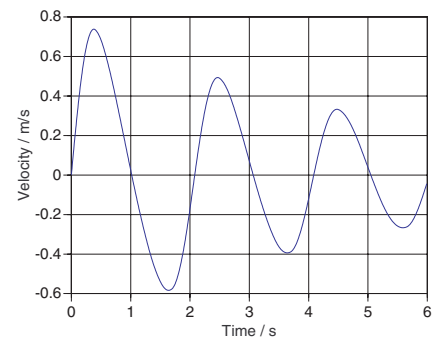
$$F_{air} = kv^2 \quad , \quad k = 0.50 \text{ N} \cdot \text{s}^2 / \text{m}^2$$

- Determine the absolute value and the direction of the acceleration vector at $t = 5$ s.
 - What is the horizontal component of the force of the ground on the car at this moment?
7. A metal cylinder which is attached to a rubber band rolls up and down a slope without sliding. The diagram shows the speed of the cylinder's middle axis. Air resistance and dynamic friction can be ignored (damping is a result of dissipation in the rubber band). Initially, at the point where the cylinder is let go, the rubber band is not stretched.



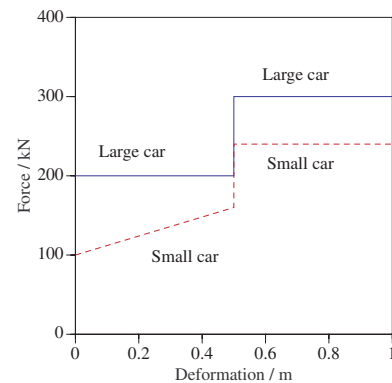
Data: Slope of the surface: 30 degrees; mass of the body: 0.50 kg.

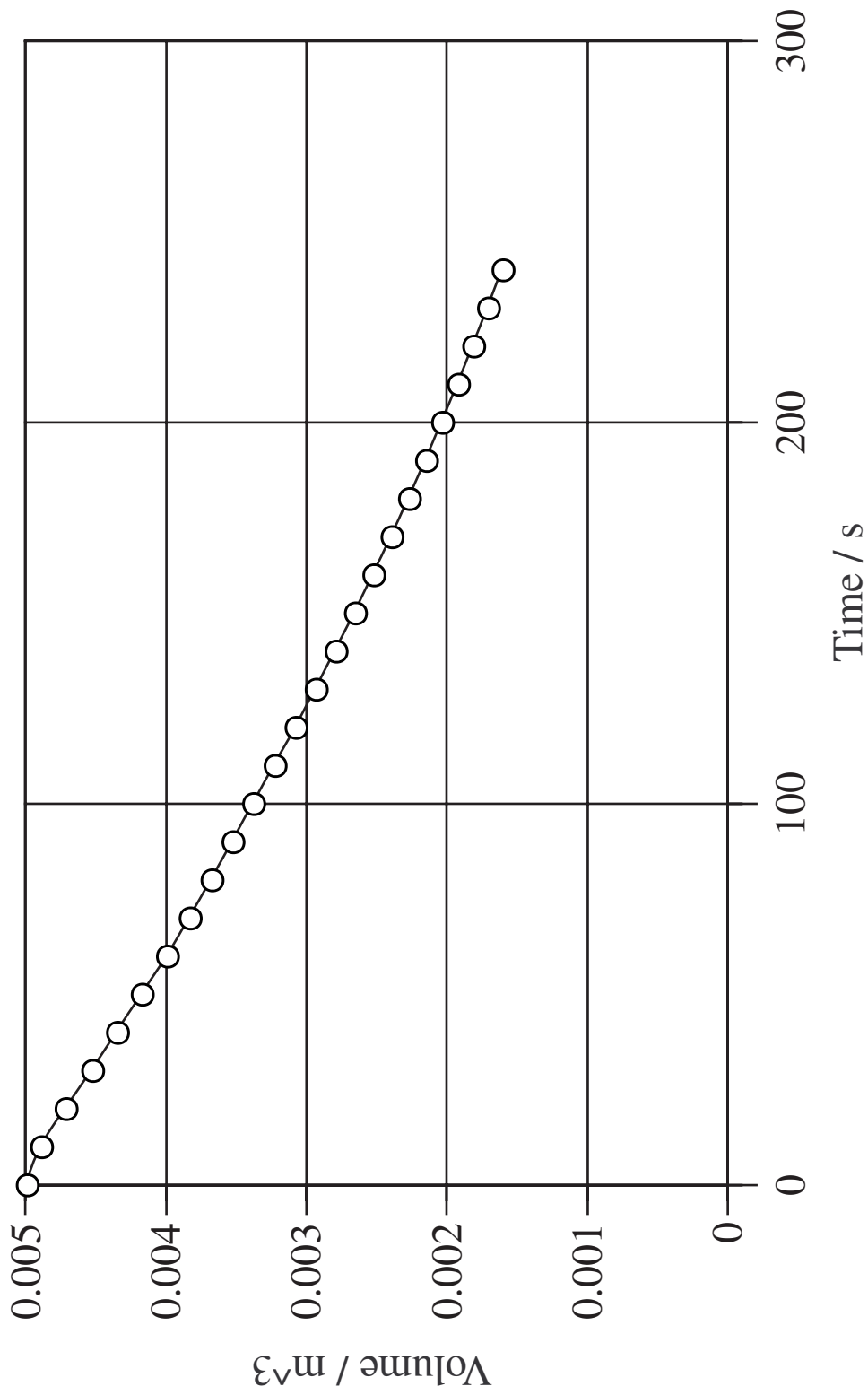
- Create the free-body diagram and identify all the forces and torques. Use the center of the mass as the point of reference.
- Formulate the balance of momentum and angular momentum for the cylinder. Formulate the relation between acceleration of the center of mass and the angular acceleration.
- What is the force of the rubber band at $t = 3$ s?

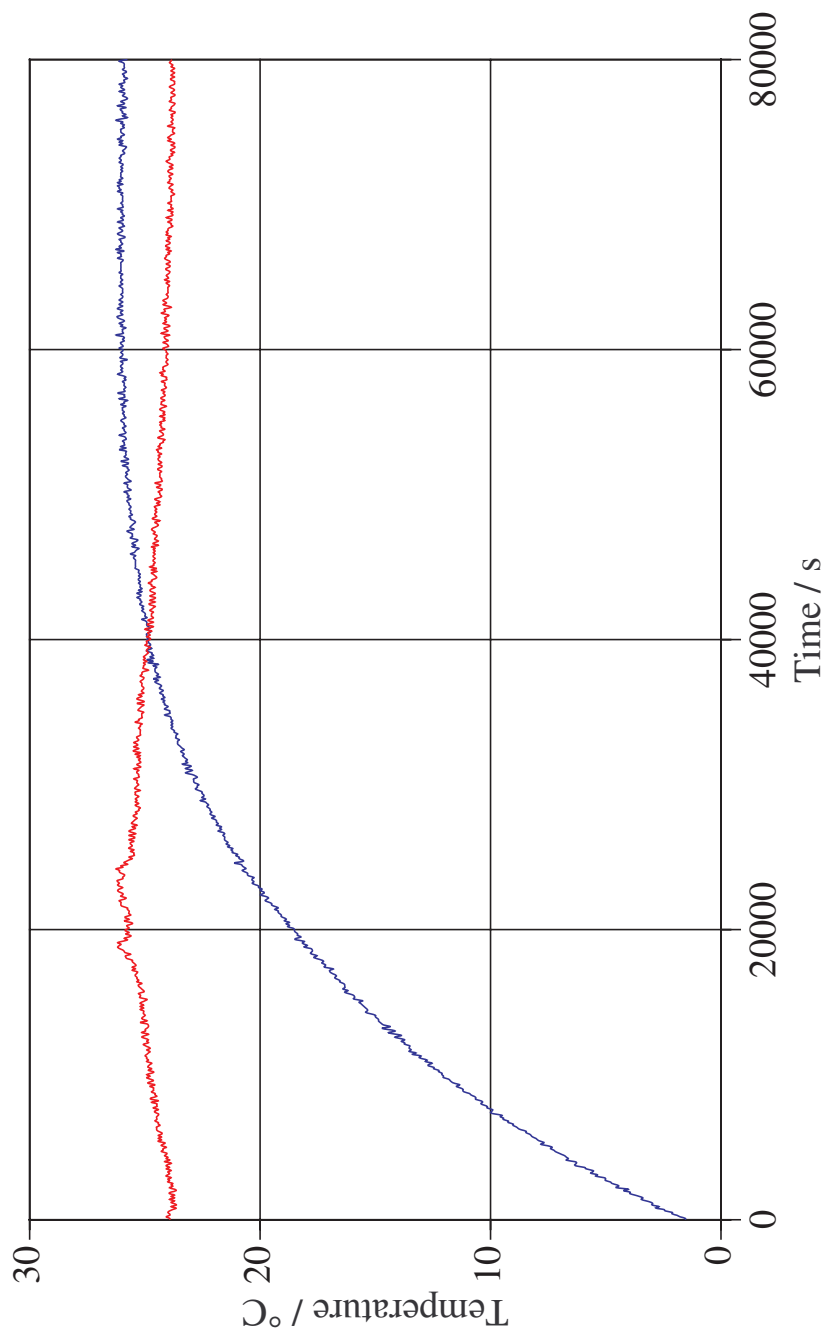


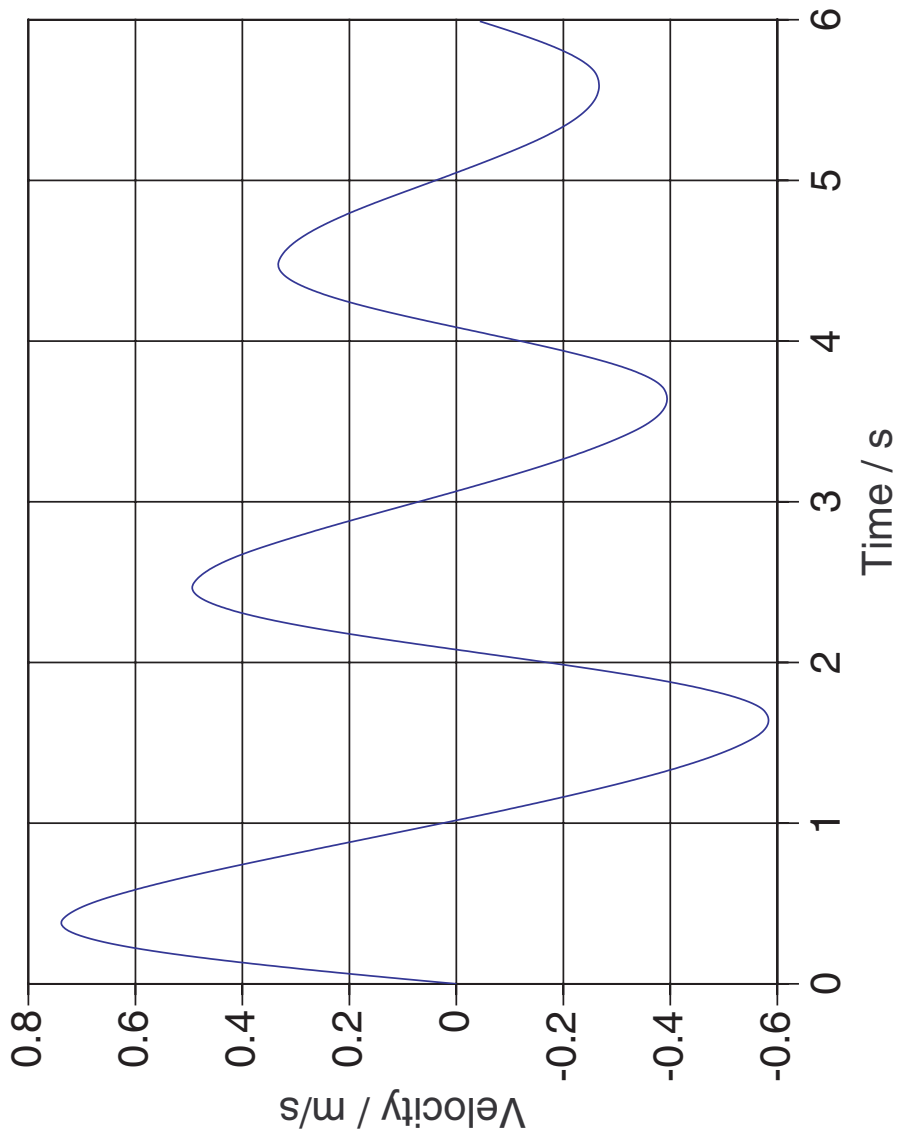
8. A metal body with a mass of 200 g, which hangs from an elastic spring, is raised from its position of rest by 5 cm. The spring has no tension at this point. After the cylinder is released, it oscillates up and down almost without friction.
- How long does it take the cylinder to reach the point again from which it was released?
 - What is the maximum velocity of the cylinder?
 - At its lowest point, what is the acceleration of the cylinder?

9. A car having a mass of 1800 kg collides head on with a smaller one having a mass of 1200 kg. The speeds of the two cars are 54 km/h and 36 km/h, respectively. After the collision the cars move together. For the short duration of the collision we may neglect the effects of the street and the air resistance.
- How much energy is dissipated as a result of the collision?
 - The Diagram shows the relation of force and deformation for each car. How far is each of the cars compressed?









VORDIPLOMPRÜFUNG 1

Blatt 1	Abteilung: Maschinenbau Jahr: 2000 Experten: Raeber	
Klassen: MB1a	Datum: 20.9.2000	
Lehrer: Fuh	Zeit: 8:00 – 11:00	

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG IN PHYSIK

ERLAUBTE HILFSMITTEL: Selbstverfasste Zusammenfassung, Taschenrechner

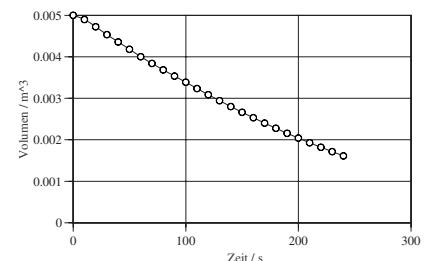
1. Wasser fließt aus einem zylindrischen Gefäß (durch ein langes dünnes horizontal liegendes Rohr aus. Im Labor wurde das Volumen als Funktion der Zeit gemessen (siehe Grafik).

Um ein Modell für das System zu erstellen, braucht man das richtige Ausflussgesetz. Es stehen zwei Alternativen zur Verfügung:

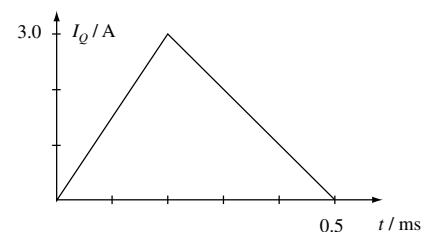
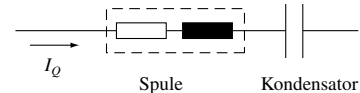
$$(a) \quad I_V = \frac{1}{R} \Delta P$$

$$(b) \quad \Delta P = k I_V^2$$

Dabei soll R beziehungsweise k konstant sein. Nehmen Sie die Messdaten um herauszufinden, welches der beiden Gesetze besser ist. (Gefäßquerschnitt: 0.025 m^2 .)



2. Ein Kondensator mit einer Kapazität von $250 \mu\text{F}$ und eine Spule mit einer Induktivität von 4 mH und einem Widerstand von 1.5Ω sind in Serie geschaltet. Die Stärke des im Stromkreis fließenden elektrischen Stroms wird vorgegeben (Diagramm). Der Strom steigt in 0.2 Millisekunden linear von Null auf 3 A . In den folgenden 0.3 Millisekunden fällt er wieder linear auf Null. Der Kondensator ist zu Beginn des Prozesses ungeladen.



- Wieviel Energie speichert der Kondensator am Ende des Vorgangs?
- Welche Spannung kann zum Zeitpunkt 0.1 ms über der Spule gemessen werden?

Verteiler

Kandidaten:
Spätestens bis Prüfungsbeginn:

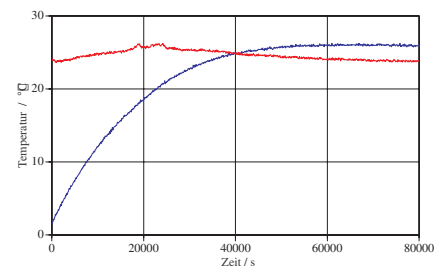
nach Schluss der Prüfung an Dozierende zurück
je ein Exemplar pro Abteilung z.H. Archiv
je ein Exemplar z.H. der beteiligten ExpertInnen

c. Welche Spannung misst man zum Zeitpunkt 0.4 ms über der Spule?

3. Sehr kaltes Wasser wird in eine wärmeisolierte Aluminiumflasche abgefüllt, und die Flasche wird verschlossen. Man lässt die Flasche etwa einen Tag in einem warmen Raum stehen. Das Wasser wird durch einen Magnetrührer ständig gemischt. Im Diagramm sieht man die gemessenen Temperaturen des Wassers und der Umgebung.



- Begründen Sie, warum die Temperatur des Wassers über die der Umgebung steigt und auf diesem Niveau bleibt.
- Wie gross ist die Änderungsrate der Temperatur des Wassers ganz am Anfang?
- Berechnen Sie die Wärmeleitfähigkeit der Wärmeisolation. Angaben: Höhe des Behälters: 15 cm, Innenradius: 3.5 cm, Dicke des Aluminiums: sehr dünn, Dicke der Isolation: 6 mm. Deckel und Boden sind perfekt isoliert. Der innere Wärmeübergangskoeffizient vom Wasser an den Behälter ist sehr hoch. Der äussere von der Isolation an die Luft beträgt $8 \text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m}^2)$. Behandeln Sie die Isolation als flache "Wand".



4. Betrachten Sie eine feste Menge Luft im Freien. Die Temperatur beträgt im Moment 15°C , der Luftdruck ist 950 mbar. Nun strahlt die Sonne so, dass in dieser Menge Luft Energie mit einer Rate von 0.1 W absorbiert wird.

- Gerade am Anfang hat diese Menge ein Volumen von 1.0 m^3 . Wie gross sind die Stoffmenge und die Masse der Luft?
- Mit welcher Rate nimmt in diesem Moment die Entropie dieser Luftmenge zu?
- Wie gross ist die Entropiekapazität der betrachteten Menge Luft bei konstantem Volumen? Wie gross ist die Entropiekapazität bei konstantem Druck?
- Der Druck bleibt bei dem oben beschriebenen Vorgang konstant. Mit welcher Rate ändert sich die Temperatur der Luft im ersten Moment?

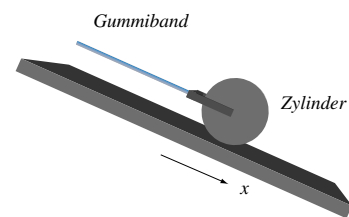
5. Die Innentemperatur einer Kühltruhe wird konstant auf -23°C gehalten. Die Umgebungstemperatur ist 20°C . Gemäss technischem Datenblatt braucht die Kühltruhe 1.2 kWh elektrische Energie pro Tag. Wir modellieren die Kühltruhe als gekoppelte Systeme (Isolation, Kasten, ideale Wärmepumpe und Wärmetauscher). Die Wärmepumpe fördert die Wärme reversibel von -38°C auf 42°C .

- Berechnen Sie den von der Wärmepumpe geförderten Entropiestrom.

- b. Wie gross ist der von der Umgebung wegen der Temperaturdifferenz in die Kühltruhe hineinfließende Energiestrom?
- c. In unserem Modell wird in drei Prozessen Entropie erzeugt. Geben Sie diese drei Orte in Ihrer Modellskizze an.
- d. Wie gross ist die gesamte Entropieerzeugungsrate?
6. Ein Auto mit einer Masse von 1000 kg fährt auf horizontaler Strasse eine Kreiskurve mit einem Radius von 225 m. Die Schnelligkeit nimmt dabei in 10 s linear von 20 m/s auf 10 m/s ab. Der Luftwiderstand berechnet sich nach

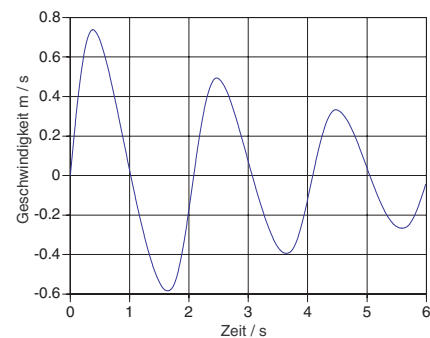
$$F_{air} = kv^2 \quad , \quad k = 0.50 \text{ N} \cdot \text{s}^2 / \text{m}^2$$

- a. Bestimmen Sie den Beschleunigungsvektor nach Betrag und Richtung zum Zeitpunkt 5 s.
- b. Wie gross ist im selben Moment die horizontale Komponente der Kraft des Bodens auf das Auto?
7. Ein Metallzylinder rollt ohne zu rutschen an einem Gummiseil angemacht auf einer schiefen Unterlage auf und ab. Im Diagramm ist die Geschwindigkeit der Mittelachse des Zylinders angegeben. Luftwiderstand und Gleitreibung können vernachlässigt werden (die Dämpfung ist eine Folge der Dissipation im Gummiseil). Am Anfangspunkt, wo man den Zylinder loslässt, ist das Gummiseil gerade nicht gespannt.



Daten: Neigung der Ebene: 30° ; Masse des Körpers: 0.50 kg.

- a. Schneiden Sie den Zylinder frei und identifizieren Sie alle Kräfte und Drehmomente. Nehmen Sie den Massenmittelpunkt als Bezugspunkt.
- b. Formulieren Sie die Bilanz des Impulses und des Drehimpulses für den Zylinder. Formulieren Sie den Zusammenhang zwischen Beschleunigung des MMP und der Winkelbeschleunigung.
- c. Wie gross ist die Kraft des Gummiseils zum Zeitpunkt 3 s?
8. Ein Metallkörper mit einer Masse von 200 g, der an einer elastischen Feder hängt, wird um 5 cm aus der Ruhelage angehoben. Die Feder ist dann gerade entspannt. Nachdem man den Zylinder loslässt, schwingt er praktisch reibungsfrei auf und ab.
- a. Wie lange dauert es, bis der Zylinder das erste Mal wieder an der Stelle ist, an der er losgelassen wurde?
- b. Welche maximale Geschwindigkeit erreicht der Zylinder?
- c. Wie gross ist die Beschleunigung des Zylinders am tiefsten Punkt?



VORDIPLOMPRÜFUNG 1

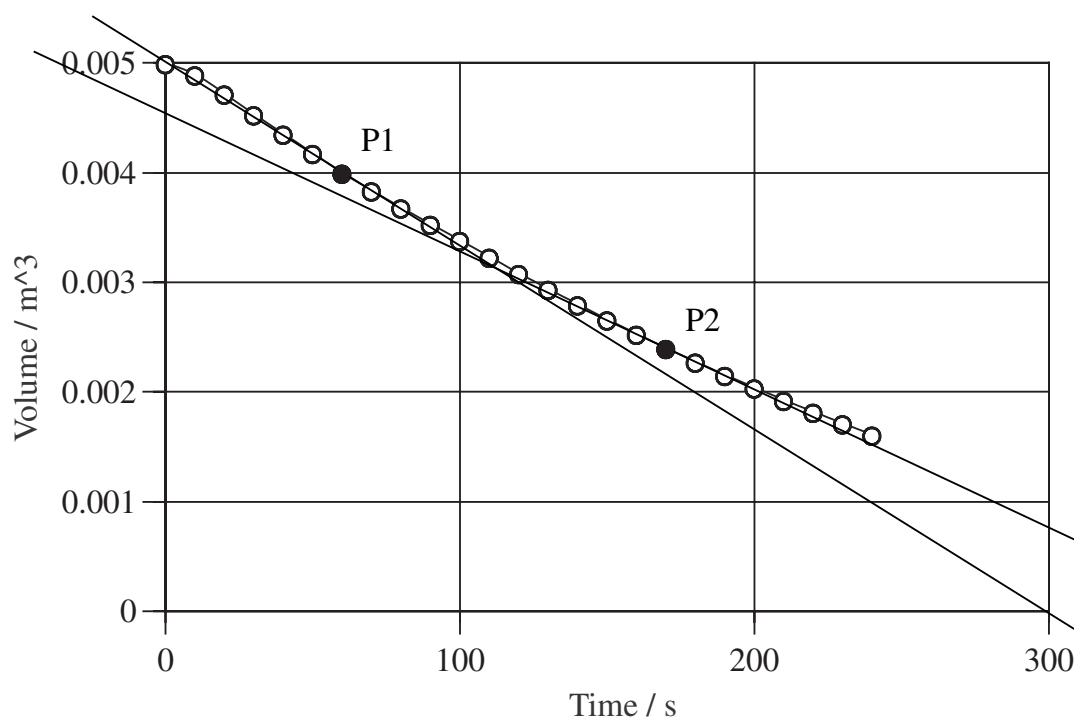
Blatt 1	Abteilung:	Maschinenbau
	Jahr:	2000
	Experten:	Raeber

Klassen:	MB1a	Datum:	20.9.1999
Lehrer:	Fuh	Zeit:	8:00 – 11:00

LÖSUNGEN ZUR SCHRIFTLICHE PRÜFUNG IN PHYSIK

ERLAUBTE HILFSMITTEL: Selbstverfasste Zusammenfassung, Taschenrechner

1. There are different ways to solve this problem. First possibility: determine flows and pressure differences at different points (at least two points), calculate R and k and see which one is closer to a constant value.



Verteiler

Spätestens bis Prüfungsbeginn: je ein Exemplar pro Abteilung z.H. Archiv
je ein Exemplar z.H. der beteiligten ExpertInnen

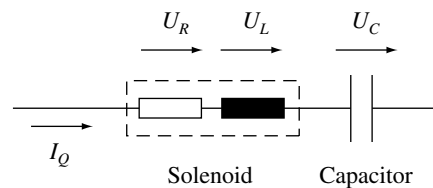
Table 1: Discharging container

Point	Volume	Pressure difference	dV/dt and current	R	k
1	0.0040	$0.0040/0.025 \cdot 9.81 \cdot 1000 \text{ Pa} = 1570 \text{ Pa}$	$0.0050/300 \text{ m}^3/\text{s} = 1.66 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$	$1570/1.66 \cdot 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}/\text{m}^3 = 9.46 \cdot 10^7 \text{ Pa} \cdot \text{s}/\text{m}^3$	$1570/(1.66 \cdot 10^{-5})^2 \text{ Pa} \cdot \text{s}^2/\text{m}^6 = 5.70 \cdot 10^{12} \text{ Pa} \cdot \text{s}^2/\text{m}^6$
2	0.0024	$0.0024/0.025 \cdot 9.81 \cdot 1000 \text{ Pa} = 942 \text{ Pa}$	$0.00377/300 \text{ m}^3/\text{s} = 1.26 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$	$942/1.26 \cdot 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}/\text{m}^3 = 7.48 \cdot 10^7 \text{ Pa} \cdot \text{s}/\text{m}^3$	$942/(1.26 \cdot 10^{-5})^2 \text{ Pa} \cdot \text{s}^2/\text{m}^6 = 5.93 \cdot 10^{12} \text{ Pa} \cdot \text{s}^2/\text{m}^6$

The result shows that k is closer to a constant value than R . This means that the law (b) for turbulent flow is better.

Another possibility is to ascertain that the measured curve does not follow an exponentially decaying law (which excludes the first constitutive law).

2. Voltages across the elements:



- a. If we know the charge stored in the capacitor, we can calculate the energy stored. The charge stored is obtained from integrating the current over time (area under the $I_Q(t)$ curve):

$$Q = \frac{1}{2} 3 \cdot 2.0 \cdot 10^{-4} \text{ C} + \frac{1}{2} 3 \cdot 3.0 \cdot 10^{-4} \text{ C} = 7.50 \cdot 10^{-4} \text{ C}$$

$$W_C = \frac{1}{2} C U_C^2 = \frac{1}{2} C \left(\frac{Q}{C} \right)^2 = \frac{1}{2C} Q^2$$

$$= \frac{1}{2 \cdot 250 \cdot 10^{-6}} (7.50 \cdot 10^{-4})^2 \text{ J} = 1.13 \text{ mJ}$$

- b. We measure the voltage across the physical solenoid, i.e. we measure $U_R + U_L$; U_R is given by the current (resistance law), U_L by the rate of change of the current (law of induction):

$$U = U_R + U_L = R I_Q + L \frac{dI_Q}{dt}$$

$$= 1.5 \cdot 1.5 \text{ V} + 4.0 \cdot 10^{-3} \frac{3}{0.00020} \text{ V} = 62.25 \text{ V}$$

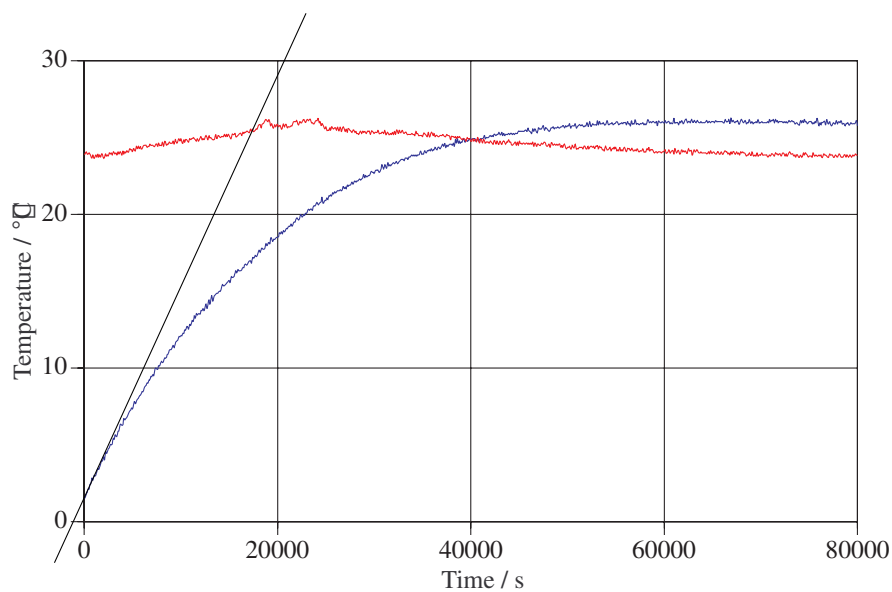
- c. As in b, but with a negative rate of change of the current:

$$\begin{aligned}
 U &= U_R + U_L = RI_Q + L \frac{dI_Q}{dt} \\
 &= 1.5 \cdot 1.0 \text{ V} + 4.0 \cdot 10^{-3} \frac{-3}{0.00030} \text{ V} = -38.50 \text{ V}
 \end{aligned}$$

3. Cold water in insulated container.

- a. Normally we would expect the temperature of the water to reach ambient temperature after a long time, unless we have a flow of entropy into the system or a source of entropy in the system (dissipation). Here we have dissipation of the energy of mixing.

- b. Graphical solution:



$$dT/dt = 1.38 \cdot 10^{-3} \text{ K/s}$$

- c. Calculate the rate of change of the energy of the water on the basis of the rate of change of the temperature at $t = 0$ s. Then (by neglecting the dissipation) calculate the energy flow into the system:

$$\begin{aligned}
 \dot{W} &= C\dot{T} = mc\dot{T} = \rho Vc\dot{T} = \rho h\pi r^2 c\dot{T} \\
 &= 1000 \cdot 0.15 \cdot 3.1416 \cdot 0.035^2 \cdot 4200 \cdot 1.38 \cdot 10^{-3} \text{ W} \\
 &= 3.35 \text{ W} \\
 \dot{W} &= I_{W,th} \Rightarrow I_{W,th} = 3.35 \text{ W}
 \end{aligned}$$

From this we calculate the overall heat transfer coefficient:

$$I_{W,th} = -Ak(T_o - T_{a,o}) \Rightarrow k = \frac{I_{W,th}}{2\pi rh(T_{a,o} - T_o)}$$

$$k = \frac{3.35}{2 \cdot 3.1416 \cdot 0.035 \cdot 0.15 \cdot (24.0 - 1.46)} \frac{\text{W}}{\text{K} \cdot \text{m}^2} = 4.51 \frac{\text{W}}{\text{K} \cdot \text{m}^2}$$

and from this we obtain the conductivity of the insulating material:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_{outside}} + \frac{d}{\lambda} \Rightarrow \lambda = d \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{\alpha_{outside}} \right)^{-1}$$

$$\lambda = 0.006 \left(\frac{1}{4.51} - \frac{1}{8} \right)^{-1} \frac{\text{W}}{\text{K} \cdot \text{m}} = 0.062 \frac{\text{W}}{\text{K} \cdot \text{m}}$$

[Remark: Including dissipation, we still can get the solution by considering the temperature difference at the end. The result for the conductivity changes to 0.051 W/(K·m).]

4. Atmosphere.

- a. Use the ideal gas law to find the amount of substance and the mass of the air:

$$PV = nRT \Rightarrow n = \frac{PV}{RT} = \frac{0.950 \cdot 10^5 \cdot 1.0}{8.314 \cdot (15 + 273)} \text{ mole} = 39.7 \text{ mole}$$

$$m = M_o n = 0.029 \cdot 39.7 \text{ kg} = 1.15 \text{ kg}$$

- b. Assuming that sunlight does not carry any entropy, the entropy production rate equals

$$\Pi_S = \frac{\Sigma_W}{T} = \frac{0.10}{(15 + 273)} \frac{\text{W}}{\text{K}} = 3.47 \cdot 10^{-4} \frac{\text{W}}{\text{K}}$$

Since there are no entropy flows into or out of the body, this equals the rate of change of the entropy.

- c. Entropy capacitance at constant volume and at constant pressure:

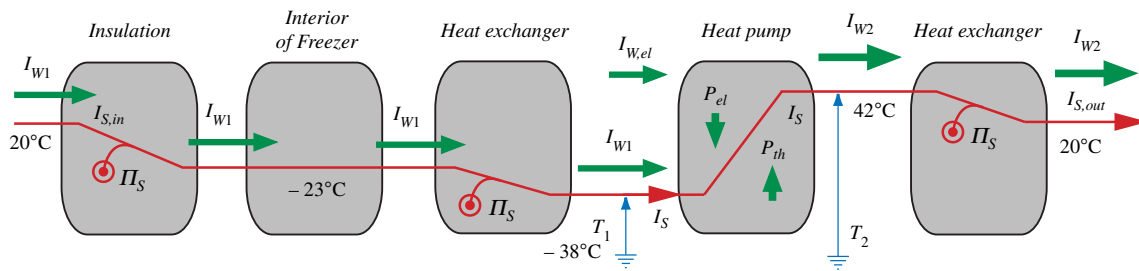
$$K_V = \frac{nR}{(\gamma - 1)} \frac{1}{T} = \frac{39.7 \cdot 8.314}{(1.40 - 1)} \frac{1}{288} \frac{\text{J}}{\text{K}^2} = 2.87 \frac{\text{J}}{\text{K}^2}$$

$$K_p = \gamma K_V = 4.01 \frac{\text{J}}{\text{K}^2}$$

- d. Entropy change at constant pressure:

$$\dot{S} = K_p \dot{T} \Rightarrow \dot{T} = \dot{S} / K_p = \frac{3.47 \cdot 10^{-4} \text{ K}}{4.01} \frac{\text{K}}{\text{s}} = 8.65 \cdot 10^{-5} \frac{\text{K}}{\text{s}}$$

5. System diagram of freezer:



- a. Pumping entropy from -38°C to 42°C :

$$P_{th} = (T_2 - T_1)I_S \Rightarrow I_S = \frac{P_{th}}{T_2 - T_1} = \frac{1200 / 24 \text{ W}}{80 \text{ K}} = 0.625 \frac{\text{W}}{\text{K}}$$

- b. This energy current is equal to the one that is pumped out of the freezer:

$$I_{W1} = T_1 I_S = (-38 + 273)0.625 \text{ W} = 147 \text{ W}$$

- c. See system diagram. Entropy is produced because of entropy transfer in the insulation of the freezer, and in the heat exchangers of the heat pump.
 d. Steady state entropy balance for the entire system:

$$\begin{aligned} \Pi_S &= I_{S,out} - I_{S,in} = \frac{1}{T_a} I_{W2} - \frac{1}{T_a} I_{W1} \\ &= \frac{1}{T_a} (I_{W1} + P_{el} - I_{W1}) = \frac{50 \text{ W}}{293 \text{ K}} = 0.171 \frac{\text{W}}{\text{K}} \end{aligned}$$

6. Two-dimensional motion.

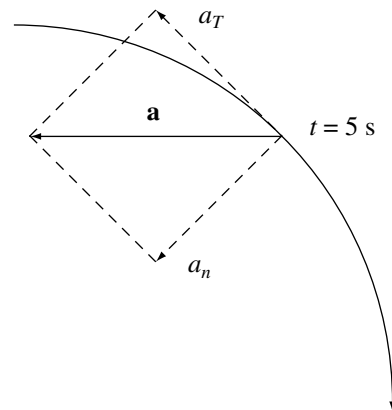
- a. Here we have both normal and tangential components of acceleration:

$$v(t) = bt + c, \quad b = -1.0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \quad c = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{15^2 \text{ m}}{225 \text{ s}^2} = 1.0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$a_T = \frac{dv}{dt} = -1.0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Therefore, $|\mathbf{a}| = 1.41 \text{ m/s}^2$, 45° to the normal, direction toward the back.

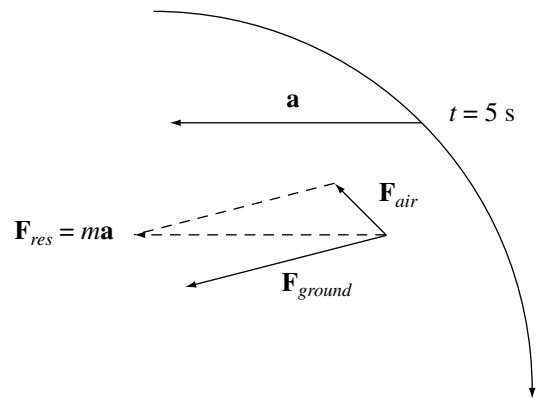


- b. The product of mass and acceleration vector yields the vector of the sum of all forces which here lies in the plane of motion. From the free-body diagram we conclude that the force of air resistance and the horizontal component of the force of the ground are all forces in the plane of motion. We find the missing force of the ground from the sum of the forces and the force of air resistance:

$$F_{res} = m|a| = 1000 \cdot 1.41 \text{ N} = 1410 \text{ N}$$

$$F_{air} = kv^2 = 0.50 \cdot 15^2 \text{ N} = 113 \text{ N}$$

$$F_{ground} = \sqrt{F_{res}^2 + F_{air}^2 - 2F_{res}F_{air} \cos(45^\circ)} = 1337 \text{ N}$$



7. Rolling motion.

a. Free-body diagram:

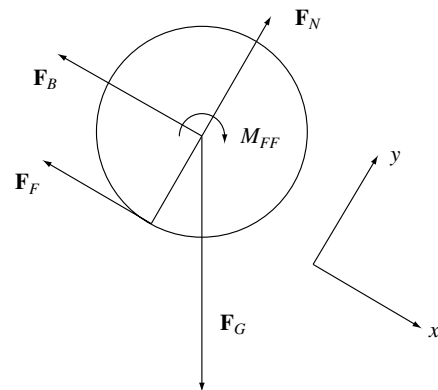
FG: force of gravity

FN: normal force

FF: static friction

FB: force of rubber band

MFF: torque due to FF



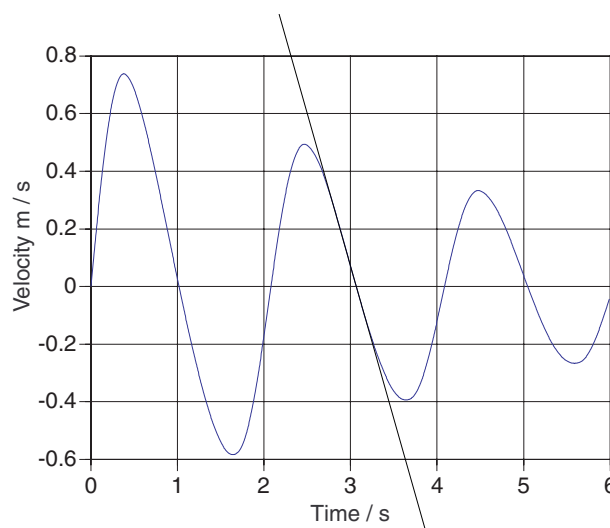
b. Basic laws:

$$ma = mg \sin \beta - F_B - F_F$$

$$J\alpha = rF_F$$

$$a = r\alpha$$

c. Determine acceleration from velocity-time diagram:



With this value and the help of the basic laws (b) determine the force of the rubber band:

$$\begin{aligned}
 a &\approx -1.05 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\
 J \frac{a}{r} &= r F_F, \quad J = \frac{1}{2} m r^2 \\
 m a &= m g \sin \beta - F_B - \frac{1}{2} m a \\
 F_B &= m g \sin \beta - \frac{3}{2} m a \\
 &= 0.5 \cdot 9.81 \cdot 0.5 \text{ N} - 1.5 \cdot 0.5 \cdot (-1.05) \text{ N} \\
 &= 3.24 \text{ N}
 \end{aligned}$$

8. Oscillation:

Knowing that the body stretches the spring by 5 cm to be in its rest position, we calculate the spring constant:

$$F_S = F_G \Rightarrow D x_o = m g \Rightarrow D = \frac{m g}{x_o} = 39.2 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

a. A single period:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}} = 0.449 \text{ s}$$

b. Maximum velocity is reached at the mid-point of the oscillation (after the first quarter period, back in the rest position). Use the balance of energy:

$$\begin{aligned}
 m g \Delta h &= \frac{1}{2} m v_{\max}^2 + \frac{1}{2} D x_o^2 \Rightarrow \\
 v_{\max} &= \sqrt{2 g \Delta h - \frac{D x_o^2}{m}} = 0.700 \frac{\text{m}}{\text{s}}
 \end{aligned}$$

c. Free-body diagram and Newton for the lowest point (10 cm below starting point):

$$\begin{aligned}
 m a &= F_G - F_S = m g - D 2 x_o = -m g \\
 a &= -9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}
 \end{aligned}$$

9. Collision:

a. First balance of momentum, then balance of energy:

$$\begin{aligned}
 m_1 v_1 + m_2 v_2 &= (m_1 + m_2) v \Rightarrow v = 5.0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\
 W_{\text{diss}} &= \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2 = 225 \text{ kJ}
 \end{aligned}$$

b. During the collision, the force of interaction is the same for both cars (Momentum current is the same). From this force and the compression we can calculate the energy of deformation which must be equal to the dissipated energy.

The deformation proceeds in three stages. First the small car is compressed by 0.5 m until the momentum current is 160 kN. In this phase the large car is not compressed (infinitely hard spring). Then the large car is compressed by 0.5 m, but not the small one does not react (infinitely hard spring). The energy of deformation is still smaller than the energy dissipated. Therefore we have a third stage.. Here the small car is compressed again by 0.25 m. Now all 225 kJ of energy have been “used up”. The total deformation therefore is 0.5 m for the large car and 0.75 m for the small one.