

1. VORDIPLOMPRÜFUNG 2003

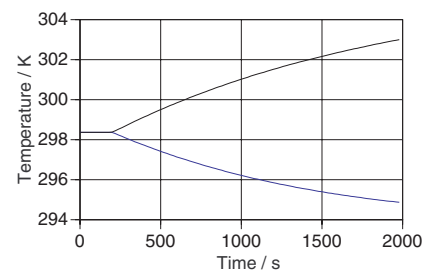
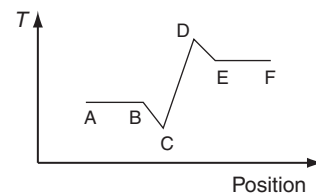
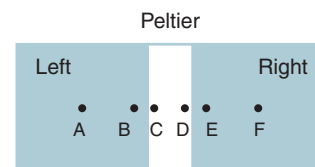
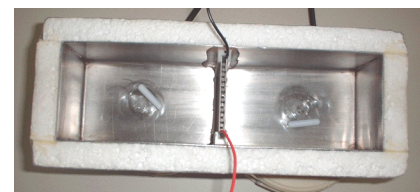
Blatt 1	Studiengang: MB, DP Jahr: 2003 ExpertInnen: R. Bachmann
---------	---

Klassen: DP1b, MB1a Lehrer: Fuh	Datum: 10.9.2001 Zeit: 8:00 – 11:00
--	--

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG IN PHYSIK

ERLAUBTE HILFSMITTEL: Eigene Zusammenfassung und Bücher, Taschenrechner

1. A Peltier device is used to separate two bodies of water in an otherwise perfectly insulated container. The Peltier device is operated as a heat pump. In the first figure, the temperature is sketched as a function of position going from the water in the left chamber to the water in the right chamber (the diagram holds for a particular point in time). In the second diagram, the temperatures of the two bodies of water are shown as functions of time (see the enlargement on an extra sheet).



Data: Mass of a body of water: 0.50 kg; electric current through Peltier Device: 1.03 A; voltage across Peltier device: 1.37 V.

- a. Explain why the temperature-position diagram looks as shown (see first figure).

In the following, consider $t = 1000$ s.

- b. How large would the entropy current be if the Peltier device could pump entropy directly and without any dissipation from the body of water on the left to the one on the right? The water temperatures are to be found in the second diagram. The electric data are given above. (Hint: Determine the power of the Peltier device.)
- c. How large is the actual entropy current out of the water in the left chamber? Neglect the effect of the mixer and all losses of heat. Entropy flows only through the Peltier device. (Hint: Determine the rate of change of the temperature of water in the left chamber using the diagram.)

Verteiler

Kandidaten:
Archiv:
ExpertInnen:

nach Schluss der Prüfung an Dozierende zurück
je ein Exemplar pro Abteilung z.H. Archiv
je ein Exemplar z.H. der beteiligten ExpertInnen

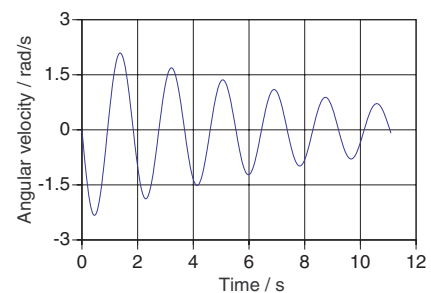
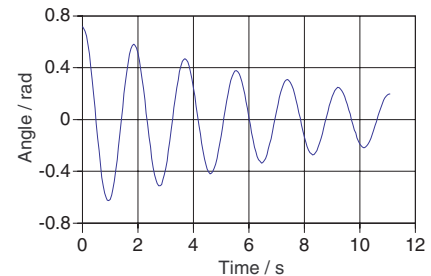
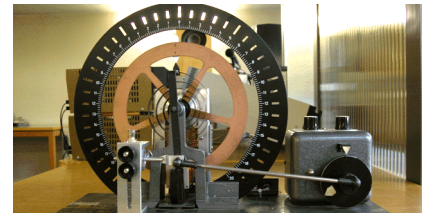
2. The diagrams show the angle and the angular velocity of a copper wheel performing oscillations about a fixed axis. The motion of the wheel is damped by an eddy-current brake whose damping torque can be calculated from $-\beta\omega$ (β is the damping factor, ω is the angular velocity). All other types of friction or damping can be neglected.

Data: Spring constant of the torsion spring: 0.015 N·m/rad.

- a. Sketch the diagram of a system dynamics model (no equations, only diagram) that can be used to compute the oscillatory motion of the wheel.

In the following, we want to estimate the value of the damping factor of the eddy-current brake. In particular, answer the following questions.

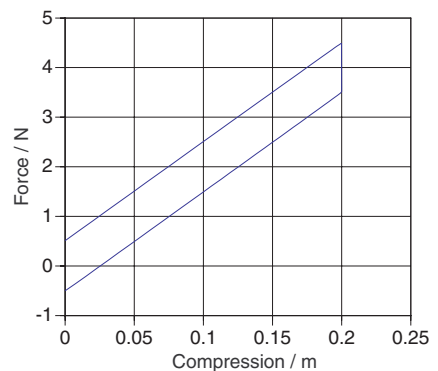
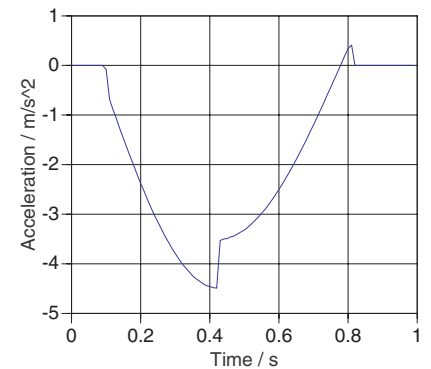
- b. How much energy has been dissipated from the beginning to the last maximum (at 11.1 s)? How big is the average dissipation rate?
- c. Prove that the instantaneous dissipation rate can be calculated from $\mathcal{P}_{diss} = \beta\omega^2$.
- d. With the help of the second diagram, estimate the average of the absolute value of the angular velocity. Use this to estimate the damping factor.



3. A glider having a mass of 1.0 kg moves on a horizontal air track and collides with a wall. At its front, a dissipative (damping) spring is mounted. We assume that damping (inner friction) takes place as long as the stretching of the spring is changing; the effect is modeled as a constant force. Initially, the glider moves at a speed of 1.0 m/s.

The first diagram shows the acceleration of the glider as a function of time; in the second we see the force with which the spring acts upon the glider as a function of stretching (rather, compression).

- a. Explain the reason(s) for the jump in the acceleration at $t = 0.4$ s in the first diagram.
- b. How can this jump of the acceleration at $t = 0.4$ s be used to determine that magnitude of the damping effect? How large is this damping force?
- c. What is the spring constant of the spring?
- d. At what (final) speed will the glider move backwards after the collision?

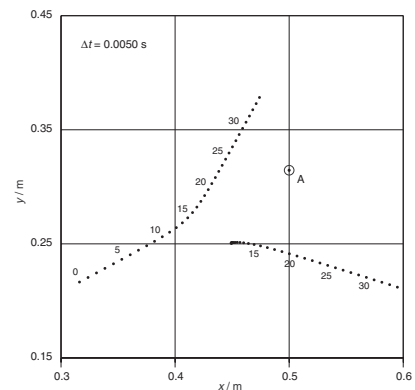


4. A simple (chemical) battery is to be described and explained.
 - a. Sketch the process diagram (with energy carriers, potentials, energy flows, and power) of a real battery. Label and explain your entries. How would you define the efficiency of the battery?
 - b. In the model of a real battery having constant values of internal resistance and open circuit voltage, the characteristic curve (electric current versus terminal voltage) is a linear function. Prove that this should be so. Then draw the graphical representation of your result.

5. A small toy balloon is filled with air and well sealed. It has been sitting in a cool room. Pressure and temperature of the air inside the balloon, and the volume of the balloon, are measured. Now the balloon is brought into a considerably warmer room and left there. Pressure and temperature of the air inside the balloon are measured automatically as functions of time. However, the volume cannot be measured.
 - a. Sketch the probable run of pressure and temperature inside the balloon as functions of time for a long period.
 - b. Explain how—with the help of the data and some possibly necessary properties—you would determine the rate of change of the volume of the balloon at a certain moment. Derive the result formally. Which quantities are needed for a concrete calculation?
 - c. Explain how—with the help of the data and some possibly necessary properties—you would calculate the rate of change of the entropy of the air of the balloon at a certain moment. Derive the result formally. Which quantities are needed for a concrete calculation?
 - d. How can you obtain the entropy current into the air of the balloon from this result?

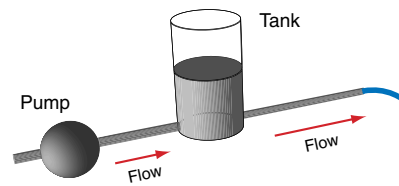
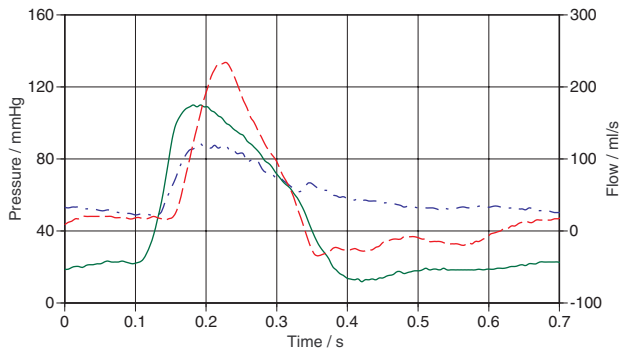
6. The diagram shows the observation of a collision of two magnetic pucks on a horizontal plane. Friction between the pucks and the surface may be neglected. The points denote the centers of the pucks. The mass of the second puck, which is initially at rest, is equal to 0.50 kg.
 - a. Use a graphical construction technique to determine the mass of the first puck.
 - b. Show graphically that the orbital angular momentum is conserved. (Use point A as the point of reference to determine the orbital angular momentum.)

7. Blood is pumped from the left chamber of the heart (the left ventricle) into the aorta. From there, it flows through the body



and back to the heart. In the diagram you find data for the circulatory system of a sheep: blood pressure in the left ventricle (solid line), blood pressure in the aorta (dashes and dots), and volume flow out of the ventricle into the aorta (dashed; measured in the aorta). The cardiac period is 0.70 s.

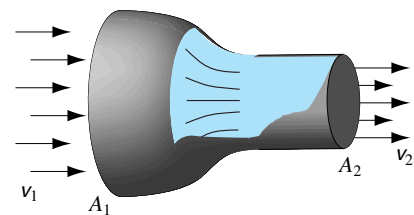
In a simple model, the left ventricle is represented as a pump, the aorta as a thick, short hose with storage element, and the vessels going through the body as a hose having a relatively high fluid resistance (see the figure).



An enlargement of the diagram is shown further below.

- How much blood (given in m^3) is pumped during one cycle? Use the period during which blood is ejected from the ventricle: from about 0.15 s to 0.33 s.
- The pressure of the blood goes to nearly zero at the end of the systemic circuit (the flow through the body back to the heart). Estimate the hydraulic resistance that has to be given to this part of the circulatory system in our model. We can assume that the flow is laminar in this part.
- Estimate the average hydraulic power of the left ventricle of this sheep for the period, during which blood is ejected (from about 0.15 s to 0.33 s).

- Air is forced through a narrowing pipe with the help of a ventilator. We model the air as an ideal gas. Assume the flow from 1 to 2 to be ideal (no friction). Below you find three equations that are part of a model of this flow. (γ is the adiabatic exponent, $\gamma = 1.4$.)



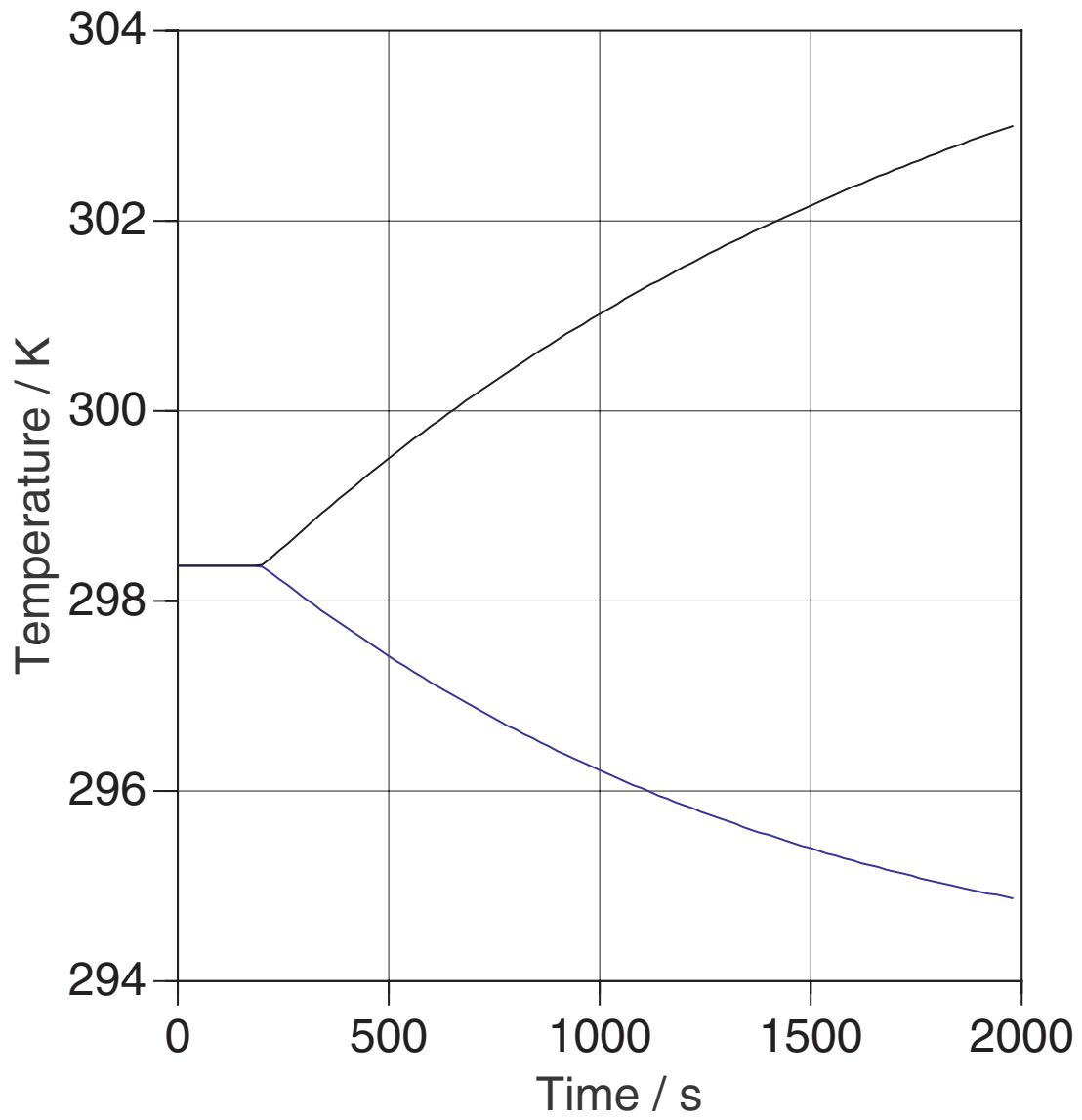
- Which *laws of balance* are the origin these equations?
- Derive the second equation.
- Derive the third equation.

$$u_1 + \frac{1}{\rho_1} p_1 + \frac{1}{2} v_1^2 = u_2 + \frac{1}{\rho_2} p_2 + \frac{1}{2} v_2^2$$

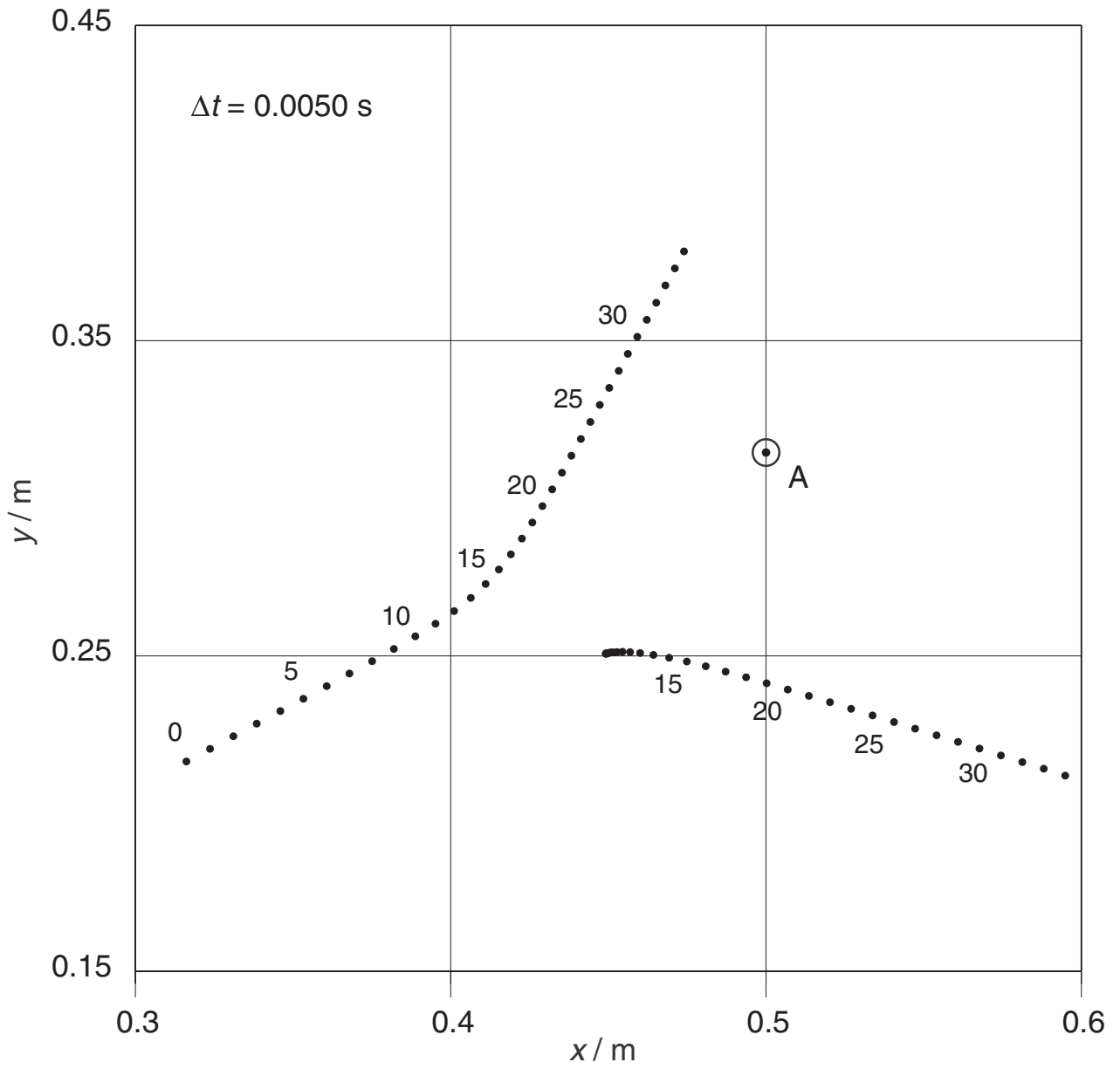
$$\rho_1 v_1 A_1 = \rho_2 v_2 A_2$$

$$p_1 \frac{1}{\rho_1^\gamma} = p_2 \frac{1}{\rho_2^\gamma}$$

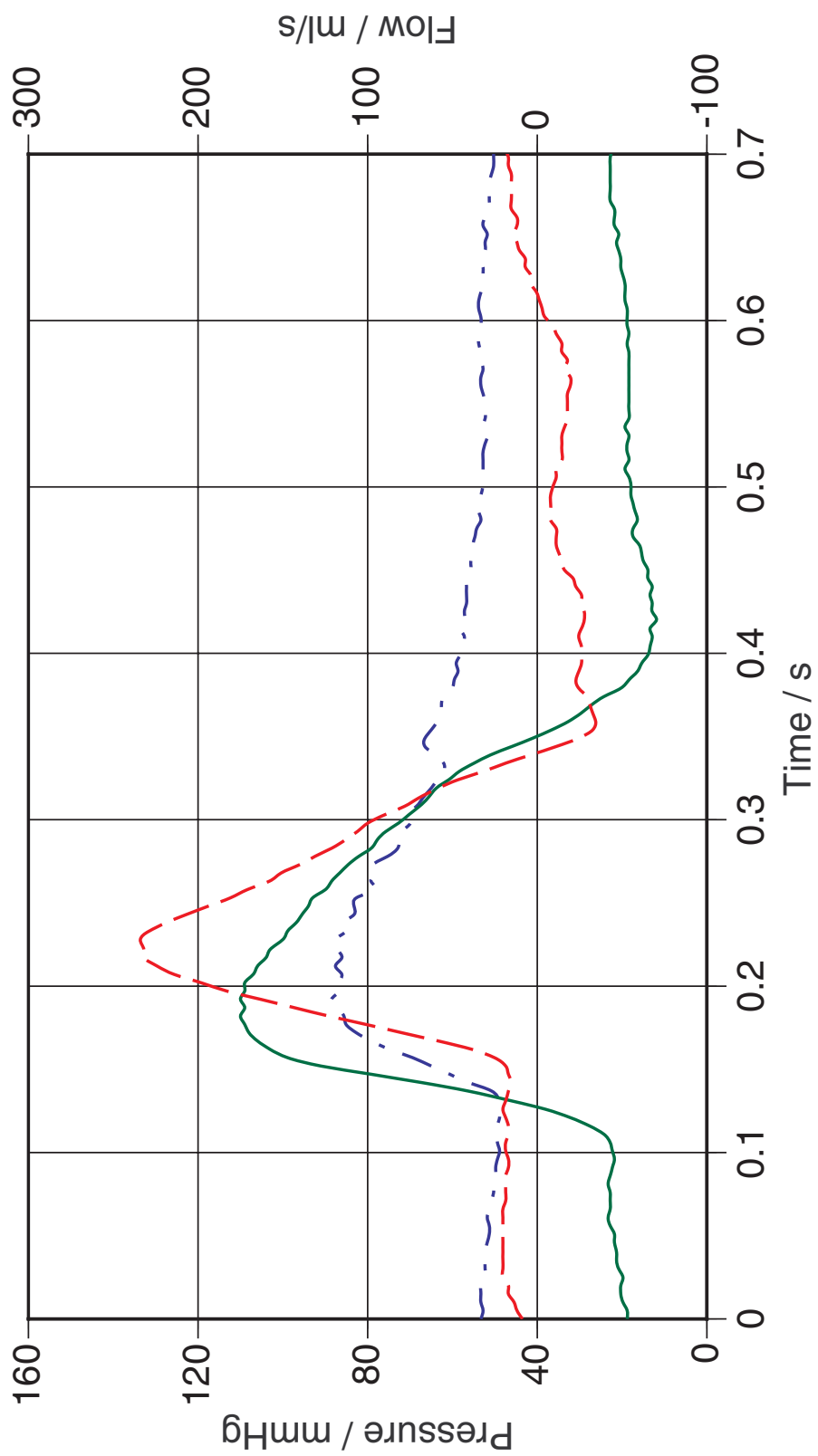
Problem 1



Problem 6



Problem 7



1. VORDIPLOMPRÜFUNG 2003

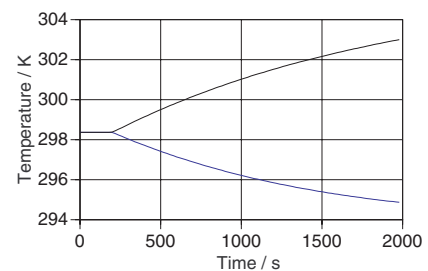
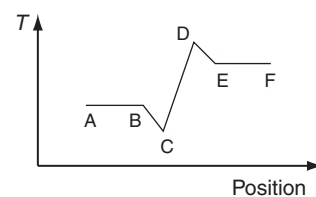
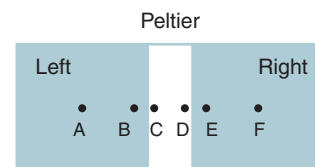
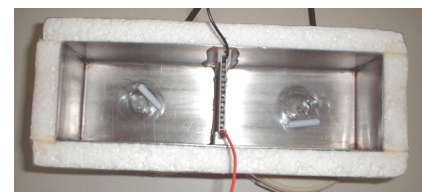
Blatt 1	Studiengang: MB, DP Jahr: 2003 ExpertInnen: R. Bachmann
---------	---

Klassen: DP1b, MB1a Lehrer: Fuh	Datum: 10.9.2001 Zeit: 8:00 – 11:00
--	--

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG IN PHYSIK

ERLAUBTE HILFSMITTEL: Eigene Zusammenfassung und Bücher, Taschenrechner

1. Ein Peltierelement befindet sich als Trennwand zwischen zwei Wassermengen, die sich in einem sonst perfekt isolierten Behälter befinden. Das Peltierelement wird als Wärmepumpe betrieben. In der ersten Figur ist der Temperaturverlauf vom Wasser links zum Wasser in der rechten Kammer qualitativ skizziert (die Skizze gilt für einen bestimmten Zeitpunkt). In der zweiten Figur sehen wir den Temperaturverlauf der beiden Wassermengen als Funktion der Zeit (Vergrößerung siehe Zusatzblatt).



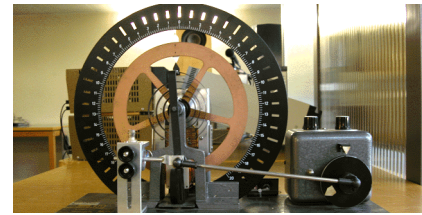
Daten: Masse einer Wassermenge: 0.50 kg; elektrischer Strom durch das Peltierelement: 1.03 A; Spannung über dem Peltierelement: 1.37 V.

- Erklären Sie mit Worten, warum das Temperatur-Positionsdiagramm (erste Figur) so aussieht.
Betrachten Sie im Folgenden den Zeitpunkt $t = 1000$ s.
- Wenn das Peltier Element Entropie ohne jegliche Dissipation direkt vom Wasser links in das Wasser rechts pumpen könnte, wie gross wäre dann der Entropiestrom? Die Wassertemperaturen sind aus dem Diagramm zu entnehmen. Die elektrischen Daten sind oben angegeben. (Hinweis: Bestimmen Sie die Leistung des Peltier-Elements.)
- Wie gross ist der tatsächliche Entropiestrom *aus* dem Wasser in der linken Kammer? Vernachlässigen Sie den Effekt des Mixers und jegliche Wärmeverluste. Entropie fließt nur durch das Peltierelement. (Hinweis: Bestimmen Sie die Änderungsrate der Temperatur des Wassers in der linken Kammer aus dem Diagramm.)

Verteiler

Kandidaten:	nach Schluss der Prüfung an Dozierende zurück
Archiv:	je ein Exemplar pro Abteilung z.H. Archiv
ExpertInnen:	je ein Exemplar z.H. der beteiligten ExpertInnen

2. Im Diagramm sind Daten über die Schwingung eines Kupferrades um eine Achse angegeben (Winkel und Winkelgeschwindigkeit). Das Rad wird durch eine Wirbelstrombremse gebremst, für die das Bremsdrehmoment durch $-\beta\omega$ berechnet werden kann (β ist die Dämpfungskonstante, ω die Winkelgeschwindigkeit). Andere Reibung und Dämpfung kann vernachlässigt werden.

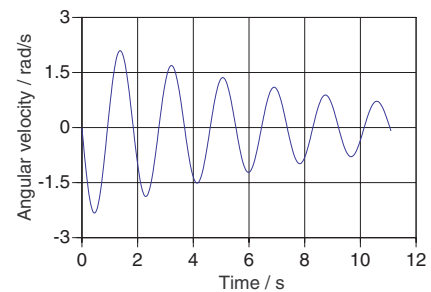
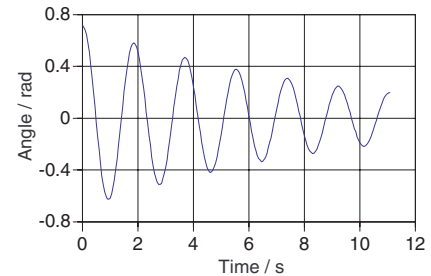


Daten: Winkelrichtgröße der Torsionsfeder: $0.015 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$.

- a. Skizzieren Sie das Diagramm eines systemdynamischen Modells, mit dem man die Schwingung dieses Rades berechnen kann (nur grafisch, keine Gleichungen).

Im folgenden geht es darum, die Dämpfungskonstante der Wirbelstrombremse abzuschätzen. Bantworten Sie dazu konkret diese Fragen.

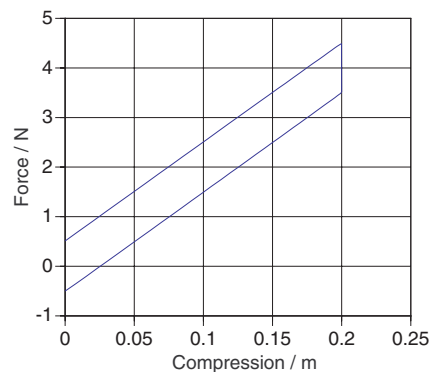
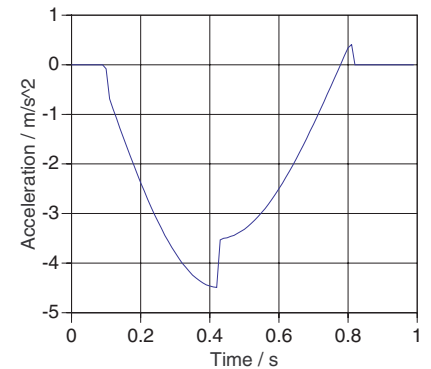
- b. Wieviel Energie wurde vom Anfang bis zum letzten gezeigten Maximum (bei 11.1 s) dissipiert? Wie gross ist also die mittlere Dissipationsrate?
- c. Beweisen Sie, dass man die momentane Dissipationsrate durch $\mathcal{P}_{diss} = \beta\omega^2$ berechnet.
- d. Schätzen Sie aus dem zweiten Diagramm den Mittelwert (des Absolutbetrages) der Winkelgeschwindigkeit ab. Damit schätzen Sie die Dämpfungskonstante ab.



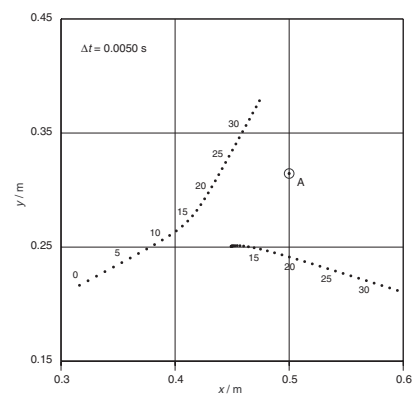
3. Ein Gleiter mit einer Masse von 1.0 kg fährt auf einer horizontalen Luftkissenbahn auf eine Wand auf. An seiner Vorderseite ist eine Reibfeder angebracht. Man kann annehmen, dass die innere Reibung so lange wirkt, wie sich die Dehnung der Feder ändert; der Effekt wird als konstante Kraft modelliert. Der Gleiter hat anfänglich eine Geschwindigkeit von 1.0 m/s .

Im ersten Diagramm ist die Beschleunigung des Gleiters als Funktion der Zeit gegeben; im zweiten sieht man die Kraft, mit der die Feder auf den Gleiter wirkt, als Funktion der Kompression.

- a. Erklären Sie den Sprung in der Beschleunigungsfunktion bei $t = 0.4 \text{ s}$ im ersten Diagramm.
- b. Wie kann man den Sprung in der Beschleunigungskurve bei $t = 0.40 \text{ s}$ verwenden, um die Stärke des Reibeffekts zu bestimmen? Wie gross ist diese "Reibkraft"?
- c. Wie gross ist die Federkonstante der Feder?
- d. Mit welcher Geschwindigkeit wird der Gleiter nach dem Aufprall rückwärts fahren?

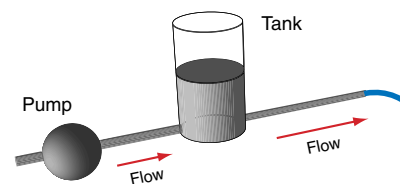
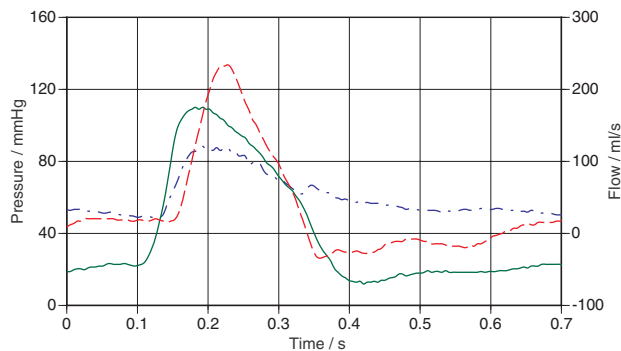


4. Im Folgenden soll eine einfache (chemische) Batterie beschrieben werden.
- Skizzieren Sie das Prozessdiagramm (mit Energieträgern, Potentialen, Energieflüssen und Leistungen) einer realen Batterie. Beschreiben und erklären Sie Ihre Zeichnung. Wie würden Sie den Wirkungsgrad der Batterie definieren?
 - In einem einfachen Modell mit konstanten Werten von Innenwiderstand und Leerlaufspannung ist das charakteristische Diagramm (das Stromstärke-Klemmenspannungsdiagramm) einer realen Batterie eine lineare Funktion. Beweisen Sie, dass das so sein muss. Zeichnen Sie die grafische Darstellung Ihres Resultates.
5. Ein kleiner Spielzeugballon ist mit Luft gefüllt und gut verschlossen. Der Ballon befindet sich in einem kühlen Raum. Druck und Temperatur des Gases im Ballon und das Volumen des Ballons werden gemessen. Nun wird der Ballon in einen wesentlich wärmeren Raum gebracht und dort belassen. Druck und Temperatur der Luft im Ballon werden automatisch als Funktionen der Zeit gemessen (nicht aber das Volumen!).
- Skizzieren Sie den wahrscheinlichen Verlauf von Druck und Temperatur der Luft im Ballon über einen längeren Zeitraum.
 - Erklären Sie, wie sie mit Hilfe der Messungen und anderer eventuell notwendiger Größen die Änderungsrate des Volumens des Ballons zu einem bestimmten Zeitpunkt berechnen können. Leiten Sie die nötige Formel her. Welche Größen werden für die Berechnung gebraucht?
 - Erklären Sie, wie sie mit Hilfe der Messungen und anderer eventuell notwendiger Größen die Änderungsrate der Entropie der Luft im Ballon zu einem bestimmten Zeitpunkt bestimmen können. Leiten Sie die nötige Formel her. Welche Größen werden für die Berechnung gebraucht?
 - Wie erhält man daraus den Entropiestrom, der in die Luft im Ballon fließt?
6. Im Diagramm ist die Beobachtung einer Kollision von zwei magnetischen Scheiben auf einer horizontalen Fläche gezeigt. Reibung zwischen Scheiben und Unterlage kann vernachlässigt werden. Die Punkte sind die Mittelpunkte der Scheiben. Die Masse der zweiten (anfänglich ruhenden) Scheibe ist 0.50 kg.
- Bestimmen Sie durch grafische Konstruktion die Masse der ersten Scheibe.
 - Zeigen Sie durch grafische Konstruktionen, dass der Bahndrehimpuls erhalten ist. (Nehmen Sie Punkt A als Bezugspunkt für die Bestimmungen des Bahndrehimpulses.)



7. Blut wird aus der linken Herzkammer in die Aorta gepumpt und fließt von dort durch den Körper und zurück zum Herz. Im Diagramm sind Daten zum Blutkreislauf eines Schafes angeführt: Blutdruck im Innern der linken Herzkammer (durchgezogen), Blutdruck in der Aorta (strichpunktiert) und Volumenstrom aus der Herzkammer in die Aorta (gestrichelt; in der Aorta gemessen). Die Periode des Herzschlags beträgt 0.70 s.

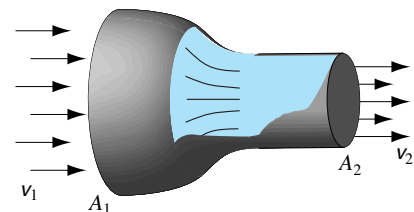
Ein einfaches Modell dieses Systems stellt die linke Herzkammer als Pumpe, die Aorta als dicken Schlauch und Zwischenspeicher, und die Blutgefäße durch den Körper als Schlauch mit relativ hohem Strömungswiderstand dar (siehe Figur).



Eine Vergrößerung des Diagramms ist weiter unten zu finden.

- Wieviel Blut (angegeben in m^3) wird pro Herzschlag gepumpt (nehmen Sie dazu die Zeitdauer, in der Blut ausgestossen wird, von etwa 0.15 s bis 0.33 s).
- Der Blutdruck sinkt am Ende des Körperkreislaufs (kurz vor der Rückkehr zum Herzen) auf nahezu Null ab. Schätzen Sie den Wert des hydraulischen Widerstandes, den man dem Teil des Kreislaufes durch den Körper in unserem Modell geben muss. Wir können annehmen, dass die Strömung in diesem Teil laminar ist.
- Schätzen Sie die mittlere hydraulische Leistung der linken Herzkammer dieses Schafes für die Zeitdauer, in der Blut ausgestossen wird (von etwa 0.15 s bis 0.33 s), ab.

8. Luft wird mit Hilfe eines Ventilators durch ein sich verjüngendes Rohr geblasen. Wir modellieren die Luft als ideales Gas. Nehmen Sie an, die Strömung von 1 nach 2 gehe reibungsfrei. Anbei sind drei Gleichungen angegeben, die Teil eines Modells dieser Strömung sind. (γ ist der Adiabatenexponent, $\gamma = 1.4$.)



- Welche *Bilanzgesetze* liegen den drei Gleichungen zugrunde?
- Leiten Sie die zweite Gleichung her.
- Leiten Sie die dritte Gleichung her.

$$u_1 + \frac{1}{\rho_1} p_1 + \frac{1}{2} v_1^2 = u_2 + \frac{1}{\rho_2} p_2 + \frac{1}{2} v_2^2$$

$$\rho_1 v_1 A_1 = \rho_2 v_2 A_2$$

$$p_1 \frac{1}{\rho_1^\gamma} = p_2 \frac{1}{\rho_2^\gamma}$$

1. VORDIPLOMPRÜFUNG 2003

Blatt 1		Abteilung:	MB, DP
		Jahr:	2003
		Experten:	R. Bachmann
Klassen: DP1b, MB1a		Datum:	10.9.2003
Lehrer: Fuh		Zeit:	8:00 – 11:00

LÖSUNGEN ZUR SCHRIFTLICHE PRÜFUNG IN PHYSIK

ERLAUBTE HILFSMITTEL: Eigene Zusammenfassung und Bücher, Taschenrechner

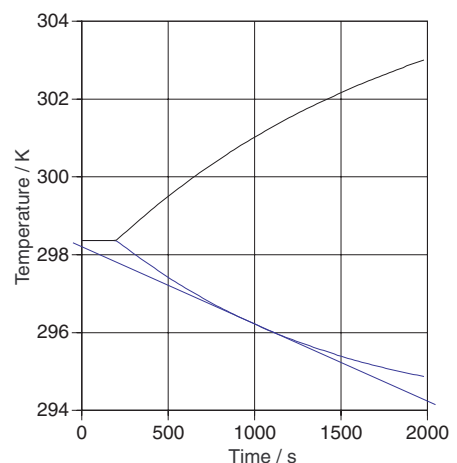
1. Peltier device.

- a. Entropy flows (is pumped) from left to right. It first has to flow (by itself) from the water on the left to the cold side of the Peltier device: for this, the temperature has to drop. In the Peltier pump, the temperature rises. From the hot side of the Peltier device, the entropy flows downhill by itself into the warmer water on the right.
- b. The entropy current is related to the thermal power and the temperature difference, through which the current is pumped. The thermal power of an ideal device is equal to the power of the driving process, i.e., equal to the electric power:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{th} &= \mathcal{P}_{el} \\ (T_R - T_L)I_S &= U_{el}I_Q \\ I_S &= \frac{U_{el}I_Q}{T_R - T_L} = \frac{1.37 \cdot 1.03 \text{ W}}{301 - 296.25 \text{ K}} = 0.30 \frac{\text{W}}{\text{K}} \end{aligned}$$

- c. Under the circumstances described, the entropy flow out of the water on the left is equal to the rate of change of the entropy of that body of water. The latter depends upon the rate of change of temperature of the body (determined graphically, see below):

$$\begin{aligned} \dot{S} &= I_S \\ \dot{S} &= K\dot{T} \quad , \quad K = \frac{C}{T} = \frac{mc}{T} \\ \Rightarrow I_S &= \frac{mc}{T}\dot{T} = \frac{0.50 \cdot 4200}{296.25} \frac{-4 \text{ W}}{2000 \text{ K}} = -0.014 \frac{\text{W}}{\text{K}} \end{aligned}$$

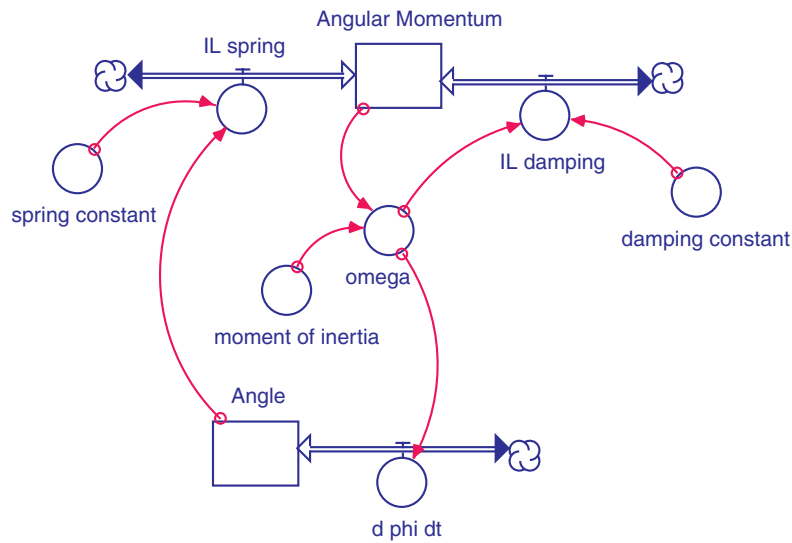


Verteiler

Spätestens bis Prüfungsbeginn: je ein Exemplar pro Abteilung z.H. Archiv
je ein Exemplar z.H. der beteiligten ExpertInnen

2. Pohl's pendulum.

a. System dynamics diagram (Stella format):



b. When the angle has maximum values, the wheel does not move. Therefore, the energy of the system is stored in the spring only at those points. Therefore, the energy dissipated in the period considered must be equal to the change of the energy of the spring:

$$\begin{aligned}
 W_{diss} &= \Delta W_{spring,0 \rightarrow 11.1} \\
 \Delta W_{spring,0 \rightarrow 11.1} &= \left| W_{spring}(11.1s) - W_{spring}(0s) \right| \\
 &= \left| \frac{1}{2} D \varphi^2(11.1s) - \frac{1}{2} D \varphi^2(0s) \right| = 0.5 \cdot 0.015 \cdot (0.7^2 - 0.2^2) \text{ J} \\
 &= 3.4 \cdot 10^{-3} \text{ J}
 \end{aligned}$$

c.

$$\begin{aligned}
 P_{diss} &= P_{rot,damping} \\
 P_{rot,damping} &= \omega I_{L,damping} \\
 I_{L,damping} &= \beta \omega \\
 \Rightarrow P_{diss} &= \beta \omega^2
 \end{aligned}$$

d. The average value of the absolute value of the angular velocity is a little less than 1 rad/s. The average dissipation rate is about $3.4 \cdot 10^{-3} / 11$ W. Therefore, β is about $3 \cdot 10^{-4}$ N·m·s/rad.

3. Glider colliding with wall.

a. The acceleration is the result of the sum of all (horizontal components of) forces acting on the glider. During the collision, there are two forces (or two parts of one force) to be considered: the elastic force of the spring, and the damping force of the spring. During the first half of the collision (before the glider starts moving backwards) these forces point backwards. Right after the change of direction of motion, the force

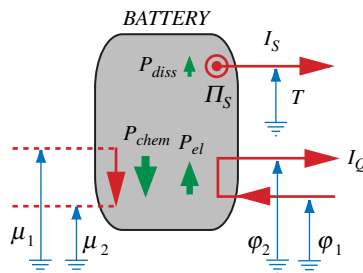
of the spring still has the same direction, but the direction of the damping force has changed. Therefore, during the second half of the collision, the net force is smaller than during the first half. Therefore, the absolute value of the acceleration decreases suddenly upon the reversal of the direction of motion.

- The difference of acceleration is the result of the difference of the net force. This difference is twice as large as the damping force. Since the jump in acceleration is about 1.0 m/s^2 , and the mass of the glider is 1.0 kg , double the value of the damping force is about 1 N . Therefore, the damping force is close to 0.5 N .
- From the second diagram, we determine the slope of the force-compression characteristic which is equal to the spring constant: $D = 4.0/0.2 \text{ N/m} = 20 \text{ N/m}$.
- It is possible to determine the final speed from the balance of energy (alternatively: from the integration of the acceleration-time diagram). The change of kinetic energy of the glider from before to after the collision must be equal to the energy dissipated. The energy dissipated is visible in the force-compression diagram: it is equal to the area between the characteristic curves for compression and expansion of the spring. Here, this is equal to 0.20 J . Therefore:

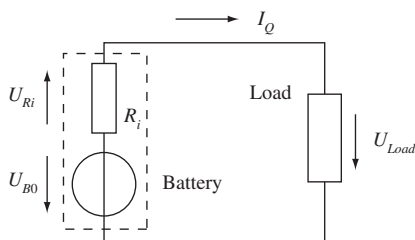
$$\begin{aligned}
 W_{diss} &= \Delta W_{kin} \\
 \Delta W_{kin} &= W_{kin,f} - W_{kin,i} \\
 &= \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 \\
 W_{diss} &= -0.20 \text{ J} \\
 \Rightarrow \frac{1}{2} m v_f^2 &= \frac{1}{2} m v_i^2 - 0.20 \text{ J} \\
 \Rightarrow v_f &= \sqrt{1.0^2 - \frac{2 \cdot 0.20}{1.0} \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0.775 \frac{\text{m}}{\text{s}}
 \end{aligned}$$

4. Simple battery.

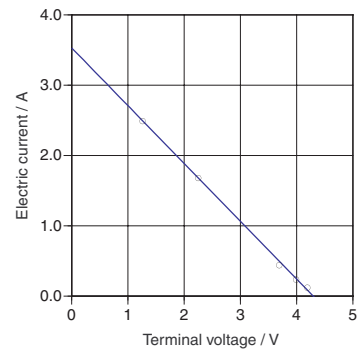
- A chemical battery releases energy in chemical reactions (P_{chem}). The energy is used to drive the flow of electric charge (P_{el}), and to produce entropy (P_{diss} , real battery!). μ : chemical potential; φ : electric potential; T : absolute temperature.



- Model and model equations:

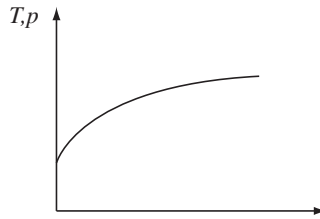


$$\begin{aligned}
 U_B &= U_{B0} - U_{Ri} \\
 U_{Ri} &= R_i I_Q \\
 \Rightarrow U_B &= U_{B0} - R_i I_Q
 \end{aligned}$$



5. A toy balloon.

a.



The behavior should be similar to that of a solid or liquid being heated in an environment of constant temperature.

- b. Measuring pressure and temperature, and knowing the amount of substance of the gas (from the first set of measurements in the cold room, with $pV = nRT$), let us calculate the volume from the ideal gas law. From this we can calculate the rate of change of volume:

$$\begin{aligned}
 pV &= nRT \\
 p\dot{V} + \dot{p}V &= nR\dot{T} \\
 \Rightarrow \dot{V} &= \frac{1}{p}(nR\dot{T} - \dot{p}V) = \frac{1}{p}\left(nR\dot{T} - \dot{p}\frac{nRT}{p}\right)
 \end{aligned}$$

Obviously, we need n , p , T , and the rates of change of p and T .

c.

$$\begin{aligned}
 \dot{S} &= A_V\dot{V} + K_V\dot{T} \\
 A_V &= \frac{nR}{V}, \quad K_V = \frac{nR}{\gamma-1} \frac{1}{T}
 \end{aligned}$$

We need V (see problem b) and T , their rates of change, the amount of substance, and the adiabatic exponent.

- d. Since we model the ideal gas as undergoing reversible processes, the entropy flow into the gas equals the rate of change of its entropy.

6. Collision of magnetic pucks.

- a. Balance of momentum (see graph below):

$$\begin{aligned}
 m_1\mathbf{v}_{1b} + 0 &= m_1\mathbf{v}_{1a} + m_2\mathbf{v}_{2a} \\
 \Rightarrow -m_1(\mathbf{v}_{1a} - \mathbf{v}_{1b}) &= m_2(\mathbf{v}_{2a} - 0) \\
 \Rightarrow m_1 &= \frac{|\Delta\mathbf{v}_2|}{|\Delta\mathbf{v}_1|} m_2 \approx 1.5m_2 = 0.75\text{kg}
 \end{aligned}$$

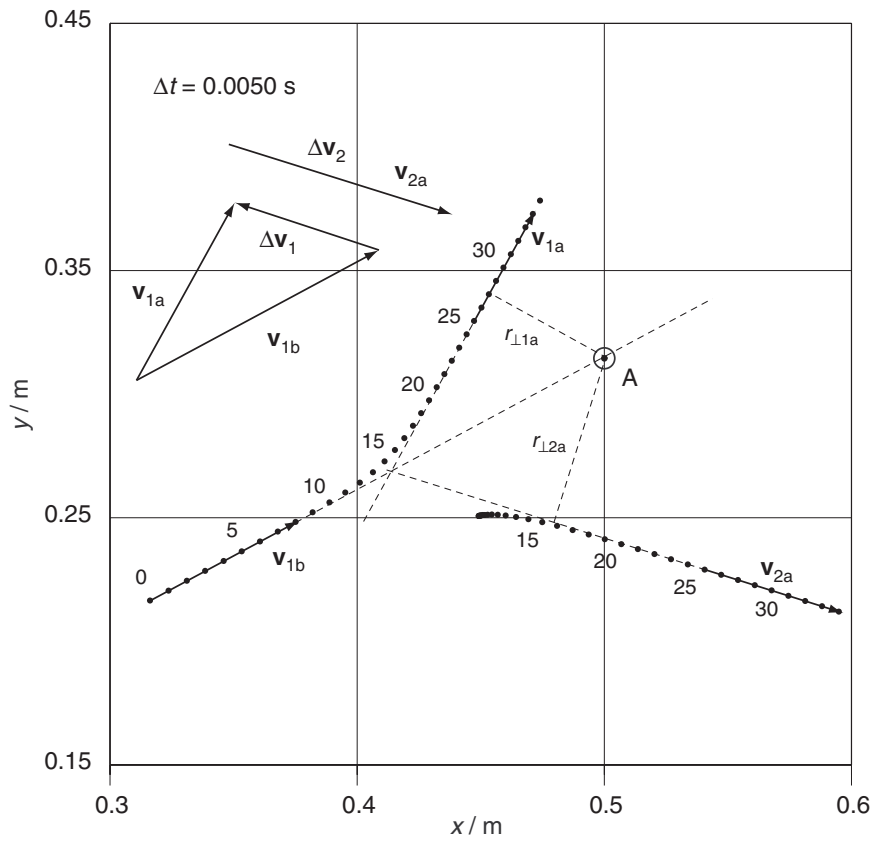
- b. Balance of angular momentum (see graph below). We expect that

$$L_{1b} + L_{2b} = L_{1a} + L_{2a}$$

$L_{1b} = 0$ since the line of motion goes through point A. $L_{2b} = 0$ since the initial velocity of puck 2 is zero. Therefore, we should have $L_{1a} = -L_{2a}$, or

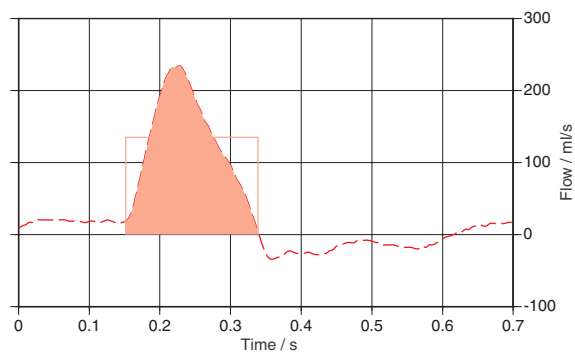
$$m_1 v_{1a} r_{\perp 1a} = -m_2 v_{2a} r_{\perp 2a}$$

Measurement of the values shows that this is approximately satisfied. From measurements in the graph, in arbitrary units, the value on the left side is $0.75 \cdot 2.7 \cdot 1.75 = 3.54$, while the value on the right is $0.5 \cdot 3.1 \cdot 2.3 = 3.57$.



7. Circulatory system.

a.



The average flow during ejection is about 130 ml/s for 0.18 s. Therefore, about $2.3 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$ of blood have been ejected (0.023 liters).

- b. The pressure of blood in the aorta changes between 50 mmHg and 90 mmHg. If we take an average of 70 mmHg, we can say that the pressure difference across the systemic circuit (through the body) is about 70 mmHg = 9500 Pa. The average flow of blood through the body is about $2.3 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 / 0.7 \text{ s} = 3.3 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$. Therefore, $R_V = \Delta p / I_V = 2.9 \cdot 10^8 \text{ Pa} \cdot \text{s}/\text{m}^3$.
- c. If all that happens during this phase is the ejection of blood, the hydraulic power of the left ventricle is equal to the energy flow with the ejected blood. The energy current is calculated as the product of flow and pressure. The simplest estimate for the average value of the energy current uses the average flow (calculated in a) and an estimate of the average pressure of the blood in the left ventricle. The latter value is about 90 mmHg = 12200 Pa. Therefore, the average power is estimated to be $12200 \cdot 1.3 \cdot 10^{-4} \text{ W} = 1.6 \text{ W}$.

8. Air flow.

- a. Equation 1 results from the law of balance of energy (open system, steady state). Equation 2 follows from the law of balance of mass (steady state), whereas Equation 3 is the result of the balance of entropy (non-dissipative, no heating or cooling).
- b.

$$\begin{aligned} I_{m1} &= I_{m2} \\ I_m &= \rho I_V \quad , \quad I_V = vA \\ \Rightarrow \quad \rho_1 v_1 A_1 &= \rho_2 v_2 A_2 \end{aligned}$$

- c. No heating and cooling, and no entropy production means that the entropy of the air is constant. Therefore, pressure and volume of a parcel of air travelling from 1 to 2 are related by the adiabatic relation for the ideal gas:

$$\begin{aligned} p_1 V_1^\gamma &= p_2 V_2^\gamma \\ V &= \frac{1}{\rho} m \\ \Rightarrow \quad p_1 \frac{1}{\rho_1^\gamma} &= p_2 \frac{1}{\rho_2^\gamma} \end{aligned}$$