

## 1. VORDIPLOMPRÜFUNG 2004

Blatt 1

Studiengang: MB  
Jahr: 2004  
ExpertInnen:

Klassen: MB1a

Datum: 8.9.2004

Lehrer: Fuh

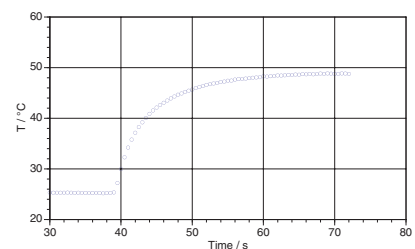
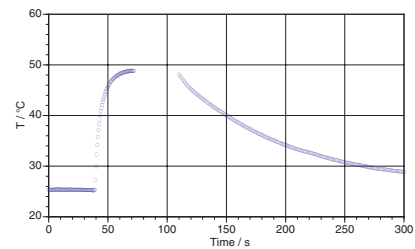
Zeit: 8:00 – 11:00

### SCHRIFTLICHE PRÜFUNG IN PHYSIK

**ERLAUBTE HILFSMITTEL:** Eigene Zusammenfassung und Bücher, Taschenrechner

1. A temperature sensor is in air at room temperature. It is suddenly put into hot water. After the temperature reading has stabilized, it is taken out of the water, dried, and left lying in air at room temperature (data of process is shown in the diagrams; enlargements are given on separate sheets).

- a. Determine the time constant for the temperature sensor in water by hand (without additional aids except for a calculator, and without transforming the graph). How could you do this most easily? What is the time constant?
- b. Create a graph from the temperature data for the equilibration in air (after 120 s) in which the temperature could be a linear function. Use this diagram to determine the time constant of the thermometer in air. What is the value of this time constant?
- c. Assume the heat transfer coefficient from the thermometer (steel) to air to be about  $14 \text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m}^2)$ . How large is the heat transfer coefficient from water to the thermometer?
- d. The thermometer is taken from the kitchen at  $20^\circ\text{C}$  and placed into an oven at  $180^\circ\text{C}$  for 1.5 minutes. Then it is placed in the kitchen again. Sketch the expected behavior of the temperature reading ( $T(t)$ ); use numerical values where necessary and possible).



#### Verteiler

Kandidaten:  
Archiv:  
ExpertInnen:

nach Schluss der Prüfung an Dozierende zurück  
je ein Exemplar pro Abteilung z.H. Archiv

2. The motor driving the automatic focus of a digital camera is driven by a battery. One battery charge allows us to take a certain number of pictures. If we support the battery with a supercapacitor, we can take 50% more pictures with a single battery charge. How is this possible?

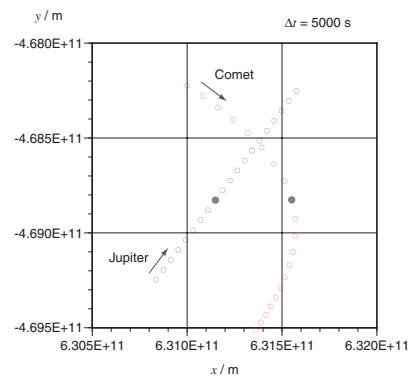
Carefully explain, based on physical principles, how this is possible. In the course of your descriptions and explanations you should discuss the following points:

- Sketch a possible principle of a circuit containing a battery, a capacitor, and a load (the motor).
- Explain the functional principle of a battery. In particular, discuss dissipation.
- Explain the functional principle of a capacitor. In particular, discuss dissipation. How are the battery and the capacitor different?
- How does the system work with only the battery present? (What are advantages and disadvantages?) How does the system function with a battery and a capacitor? What is different now?

Battery data: 3 V, 1 Ah, equivalent serial resistance:  $1.0 \Omega$ . Capacitor data: 1.0 F, equivalent serial resistance:  $50 \text{ m}\Omega$ . Electric current during operation of the motor: up to 1.5 A. Motor data: It essentially operates as a constant-power-device. About the system: the capacitor can provide around 60% to 70% of the current for driving the motor.

3. A comet passes near Jupiter. In the graph, data of the positions of the two bodies are given for time steps of 5000 s. The coordinate system is centered on the Sun. At a certain moment, Jupiter and the comet are at the indicated locations (gray points).

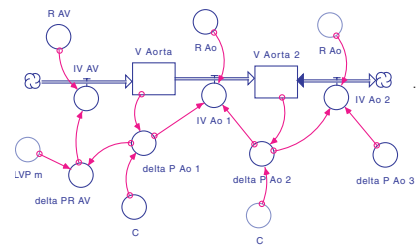
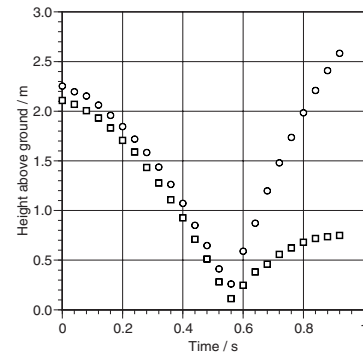
- How far apart are Jupiter and the comet at that moment? (Enlarged graph on separate sheet.)
- Use the motion data to determine the acceleration of the comet for that moment.
- Use the values obtained so far to determine the mass of Jupiter. (The value accepted by astronomers is  $1.899 \cdot 10^{27} \text{ kg}$ .) How accurate is the value you determined?



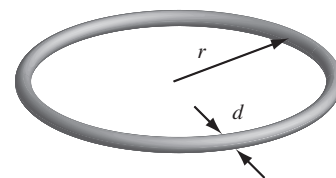
4. A tennis ball rests atop a soccer ball. Both are dropped together. In the diagram, you see the data of the positions of the centers of the two bodies as functions of time.

Mass of the soccer ball: 442 g. Mass of the tennis ball: 56 g. Neglect air resistance in your analysis. An enlarged diagram is given on a separate sheet.

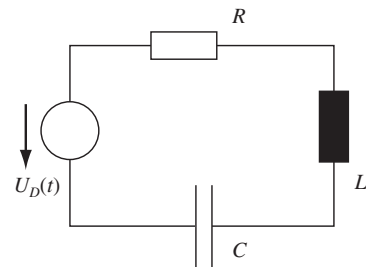
- a. Construct the free body diagrams of the balls (separately) for the duration of the impact with the floor. Identify all forces acting upon the bodies. We assume that the tennis ball touches the soccer ball during the impact with the floor.
  - b. Determine the speeds of the bodies shortly before and shortly after the impact with the floor. Determine the momenta of the bodies.
  - c. How much momentum was exchanged with the ground? If the collision lasts for about 4 ms, what was the average momentum current?
  - d. How much energy was dissipated?
  - e. If the processes were dissipationless, would the momentum exchanged with the floor be larger, equal, or less than for the real case?
5. In a simple model of the systemic circuit (from the left ventricle through the body and back to the right ventricle), the heart (the left ventricle) is interpreted as a pump. Then there is the aortic valve, then the aorta, and finally the systemic vessels. It is possible to understand the system as a windkessel system.
    - a. Represent the windkessel model as an electric circuit. (With short explanations.)
    - b. Divide the Aorta into several sections (elements). What is the electric analog of this model?
    - c. The model does not allow for blood to flow backwards in the aorta (toward the left ventricle). Measurements show, however, that blood does flow backwards for a short part of a cardiac cycle. How could you change the model diagram shown in the figure to account for this fact? Demonstrate your solution, for example for the flow IV Ao 1. Sketch the corresponding part of the model diagram on a piece of paper. Give a short explanation. The diagram is shown enlarged on a separate sheet.



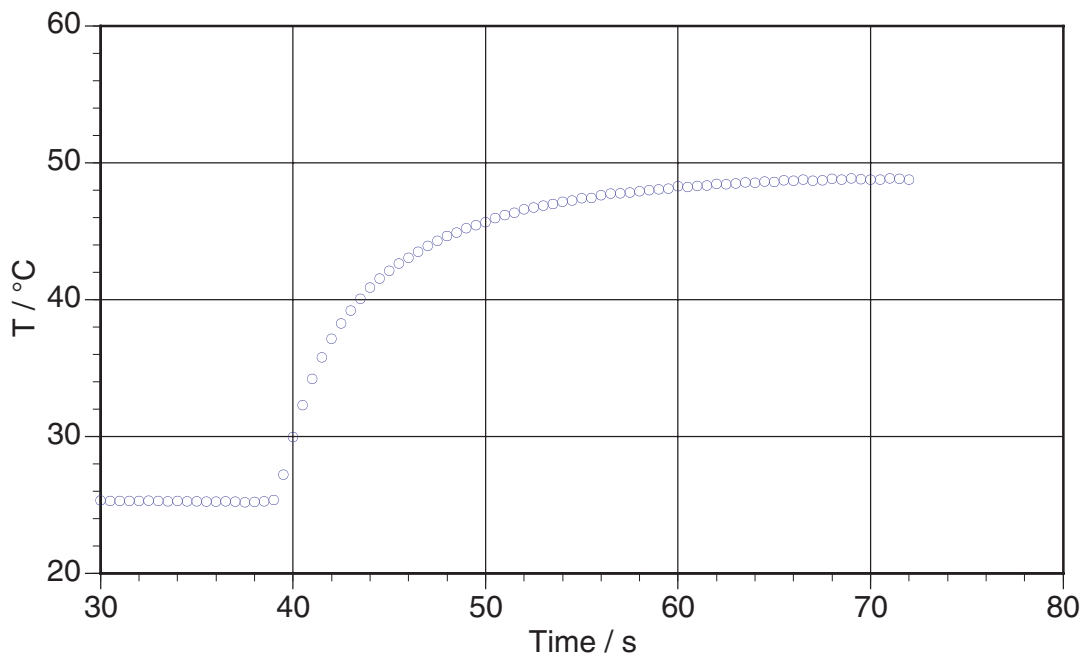
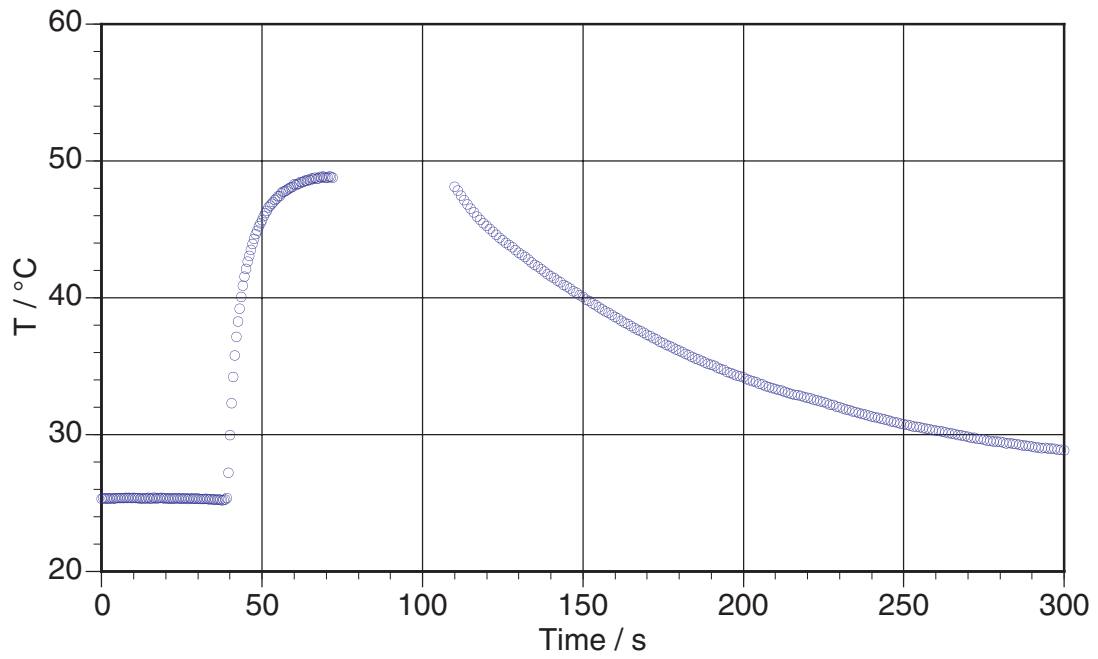
6. Design the balance wheel of a watch and the spring that is wound up to drive the watch. The spring for the balance wheel has already been designed (it cannot be changed; its spring constant is  $1.78 \cdot 10^{-7} \text{ N}\cdot\text{m}$ ).
  - a. The period of the balance wheel is expected to be exactly one second. The ring of the balance wheel is a thin torus. Neglect the spokes of the balance wheel. The metal the ring is made out of has a density of  $7300 \text{ kg/m}^3$ . The thickness (diameter) of the ring is 1.0 mm. What should be the radius of the clock balance wheel?
  - b. The Amplitude of the balance wheel (which normally is  $50^\circ$ ) reduces by 20% in 10 periods if there is no drive. How much energy must be stored by the driving spring if the watch is to be wound up only once a day?



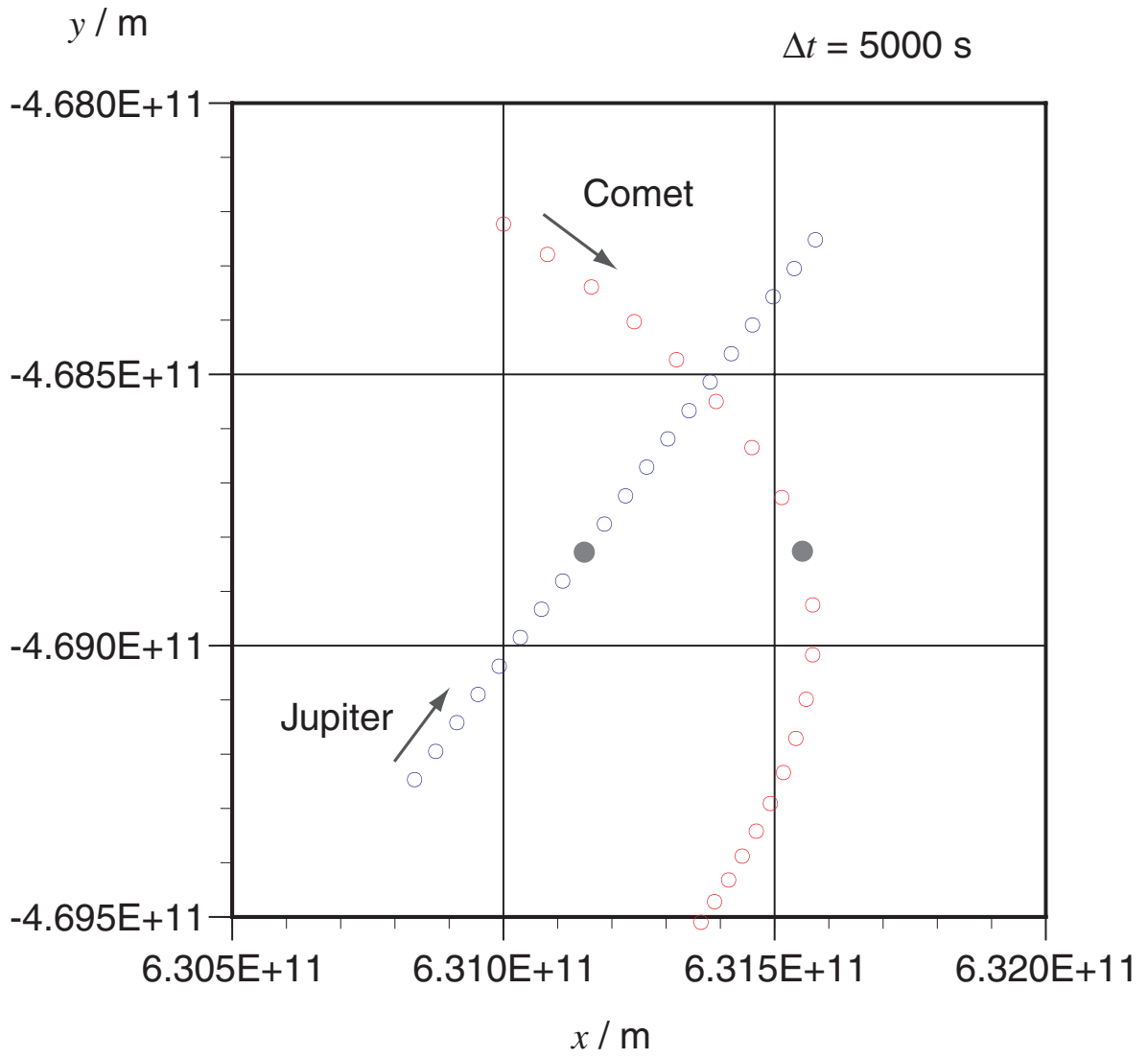
7. A large thermal power plant (such as the nuclear power plant Leibstadt) takes its entropy from a reactor at 600 K. The entropy is emitted again to the cooler at 300 K. The measured useful power is 1.0 GW.
- Sketch a process diagram (with carrier and energy currents) for the system (the system between reactor and cooler).
  - If the heat engine could operate ideally, what would be the entropy current through the engine?
  - The thermal efficiency of the power plant is only 30%. What must be the real entropy current and energy current from the reactor to the heat engine?
  - What is the entropy production rate in the heat engine (i.e., between the reactor and the cooler)?
  - How large is the total entropy production rate (i.e., including the one in the reactor)?
8. You should construct a system dynamics model of the circuit shown in the figure in mathematical form. The voltage source has a voltage that changes with time like a sine wave:  $U_D(t) = U_{D0} \sin(2\pi f t)$ .
- Formulate Kirchhoff's second law (the loop rule) for the circuit. Introduce the necessary voltages.
  - Formulate the constitutive (special) laws for the three elements capacitor, ideal inductor, and resistor. Insert these expressions into the loop rule.
  - Formulate the law of balance of charge for the capacitor.
  - Combine the differential equations from b and c for the case of zero resistance and no voltage source. Create a single differential equation. How do you calculate the frequency of oscillation of this circuit?
  - What happens when the voltage source is tuned to exactly this frequency in the real circuit?



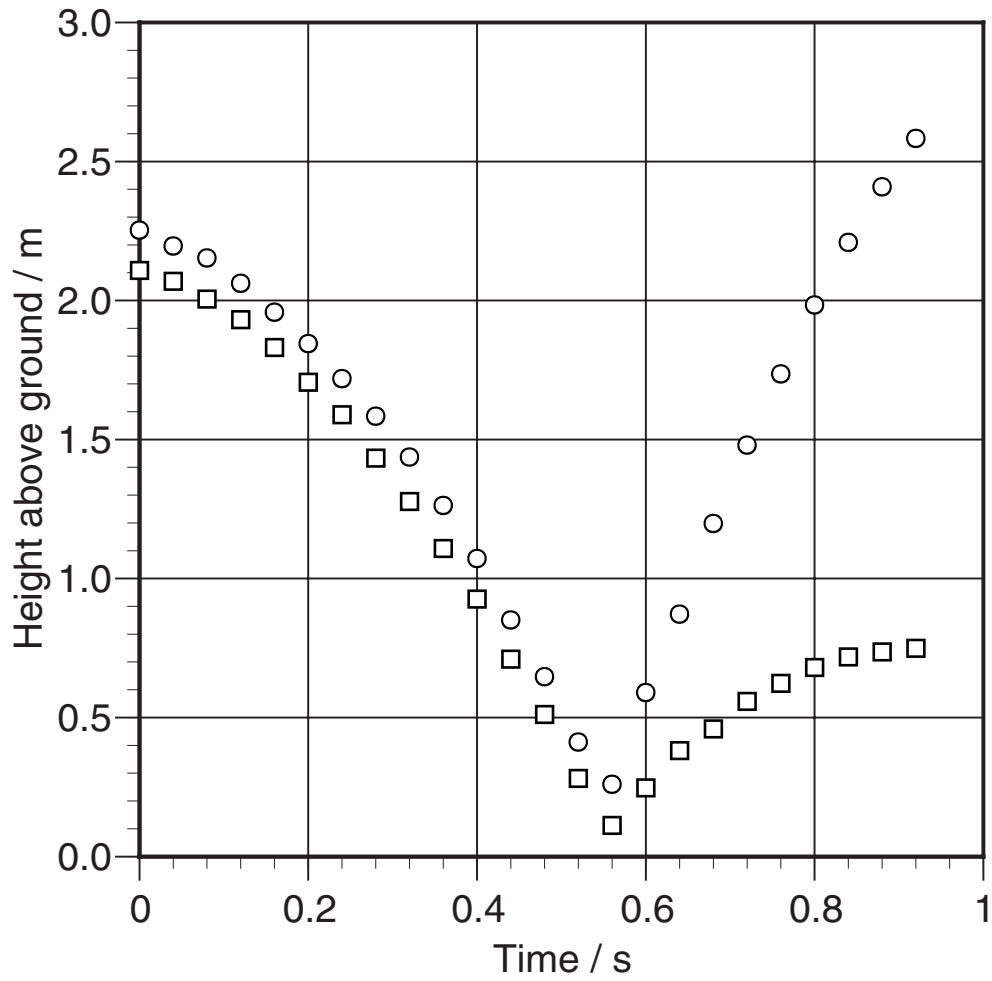
Problem 1



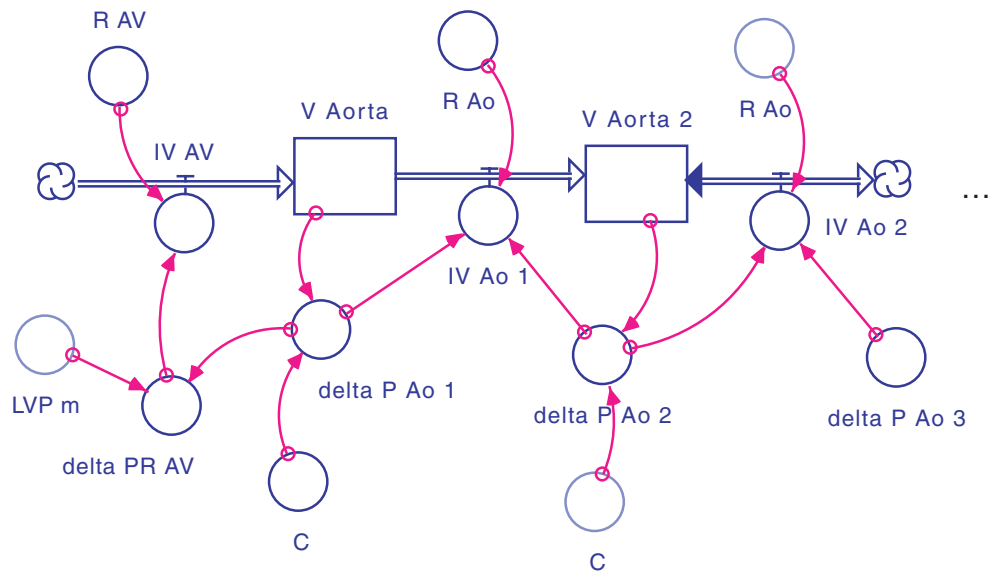
Problem 3



Problem 4



Problem 5





## 1. VORDIPLOMPRÜFUNG 2004

Blatt 1

Studiengang: MB  
Jahr: 2004  
ExpertInnen:

Klassen: MB1a

Datum: 8.9.2004

Lehrer: Fuh

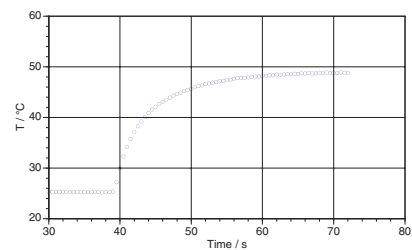
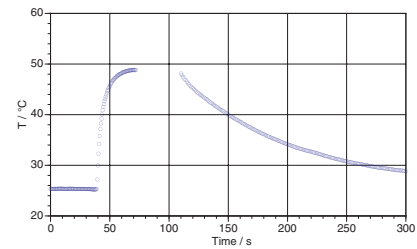
Zeit: 8:00 – 11:00

### SCHRIFTLICHE PRÜFUNG IN PHYSIK

**ERLAUBTE HILFSMITTEL:** Eigene Zusammenfassung und Bücher, Taschenrechner

1. Ein Thermometer (Temperatursonde) befindet sich in Luft bei Raumtemperatur. Dann wird es in heisses Wasser gesteckt. Nachdem sich die Temperaturablesung nicht mehr ändert, wird es aus dem Wasser genommen, getrocknet und wieder in der Luft bei Raumtemperatur liegen gelassen (siehe Daten in den Diagrammen; Vergrößerungen siehe Beilagen).

- Sie sollen von Auge (ohne weitere Hilfsmittel, ausser vielleicht einem Taschenrechner, und ohne das Diagramm zu transformieren) die Zeitkonstante der Reaktion des Thermometers auf eine Temperaturänderung in Wasser bestimmen. Wie machen Sie das am besten? Wie gross ist die Zeitkonstante?
- Sie sollen aus den Daten des Temperaturangleichs an die Luft (nach 120 s) ein Diagramm erstellen, in dem die Temperatur theoretisch eine Gerade ergeben könnte. Benutzen Sie dieses Diagramm, um die Zeitkonstante des Thermometers für Angleich an die Lufttemperatur zu bestimmen. Wie gross ist diese Zeitkonstante?
- Wenn man annimmt, dass der Wärmeübergangskoeffizient von Thermometer (Stahl) an Luft etwa  $14 \text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m}^2)$  beträgt, wie gross ist demnach der Wärmeübergangskoeffizient von Wasser an das Thermometer?
- Das Thermometer wird aus der Küche ( $20^\circ\text{C}$ ) genommen und 1.5 Minuten lang in den Backofen ( $180^\circ\text{C}$ ) gehalten und dann wieder in die Küche gelegt. Skizzieren Sie das zu erwartende Temperaturverhalten ( $T(t)$  mit Zahlen).



#### Verteiler

Kandidaten:  
Archiv:  
ExpertInnen:

nach Schluss der Prüfung an Dozierende zurück  
je ein Exemplar pro Abteilung z.H. Archiv

2. Der Motor, der die automatische Fokussierung einer Digitalkamera antreibt, wird von einer Batterie gespeist. Eine Batterieladung reicht für eine bestimmte Anzahl Bilder. Fügt man der Batterie zur Unterstützung einen Superkondensator bei, so reicht die Batterieladung für etwa 50% mehr Bilder. Wie ist das möglich?

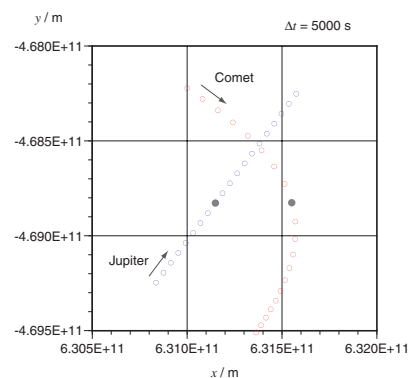
Erklären Sie so sorgfältig wie möglich auf der Basis physikalischer Prinzipien, warum das sein kann. Im Laufe Ihrer Beschreibungen und Erklärungen sollten Sie besonders auf folgende Punkte eingehen:

- Skizzieren Sie ein mögliches Prinzip einer Schaltung mit Batterie, Kondensator und Last (Motor).
- Erklären Sie die Funktion der Batterie. Insbesondere gehen Sie auf die Bedeutung der Dissipation ein.
- Erklären Sie die Funktion des Kondensators. Insbesondere gehen Sie auf die Bedeutung der Dissipation ein. Wie unterscheiden sich Kondensator und Batterie?
- Wie funktioniert das System nur mit Batterie? (Was macht die Sache gut oder weniger gut?) Wie funktioniert das System mit Batterie und Kondensator? Was ist nun anders?

Angaben zur Batterie: 3 V, 1 Ah, äquivalenter Seriewiderstand:  $1.0 \Omega$ . Angaben zum Kondensator: 1.0 F, äquivalenter Seriewiderstand: 50 m $\Omega$ . Stromstärke während Betrieb des Motors: bis 1.5 A. Zum Motor: Er wirkt in der Schaltung mehr oder weniger wie ein Konstant-Leistung-Element. Zum System: Wenn der Kondensator mit dabei ist, kann er 60% bis 70% des elektrischen Stromes liefern.

3. Ein Komet fliegt nahe an Jupiter vorbei. In der Grafik sind Daten der Bewegung der beiden Körper in Abständen von 5000 Sekunden gegeben. Das Koordinatensystem ist in der Sonne zentriert. Zu einem bestimmten Zeitpunkt befinden sich Jupiter und der Komet an den eingezeichneten grauen Punkten.

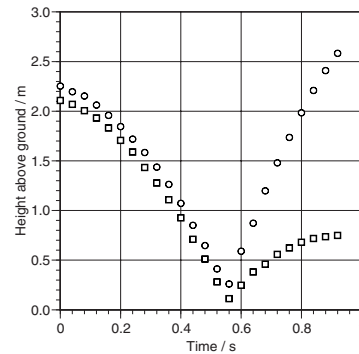
- Wie weit sind Jupiter und der Komet zu diesem Zeitpunkt auseinander? (Vergrößerung der Grafik auf Beiblatt.)
- Bestimmen Sie aus der Bewegung die Beschleunigung des Kometen zu diesem Zeitpunkt.
- Benützen Sie die bisher erhaltenen Werte, um die Masse von Jupiter zu bestimmen. (Der von Astronomen akzeptierte Wert ist  $1.899 \cdot 10^{27}$  kg.) Wie gut ist Ihr Wert?



4. Auf einem Fussball ruht ein kleiner Tennisball. Beide werden zusammen fallengelassen. Im Diagramm sind die gemessenen Positionsdaten der beiden Körper als Funktion der Zeit dargestellt.

Masse des Fussballs: 442 g. Masse des Tennisballs: 56 g. Vernachlässigen Sie im Folgenden den Luftwiderstand. Eine Vergrößerung des Diagramms ist auf einem Beiblatt gegeben.

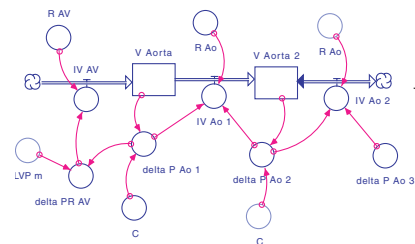
- Schneiden Sie die beiden Bälle für die Dauer des Aufpralls auf den Boden separat frei, und identifizieren Sie alle Kräfte, die auf die Körper wirken. Wir nehmen an, dass der Tennisball den Fussball berührt, während dieser den Boden berührt.
- Bestimmen Sie die Geschwindigkeiten der beiden Körper kurz vor und kurz nach dem Aufprall auf den Boden. Bestimmen Sie die Impulse.
- Wieviel Impuls ist mit dem Boden ausgetauscht worden? Wenn der Aufprall etwa 4 ms dauert, wie gross war dann der mittlere Impulsstrom?
- Wieviel Energie wurde dissipiert?
- Falls der ganze Vorgang dissipationsfrei wäre, wäre dann der mit dem Boden ausgetauschte Impuls grösser, gleich, oder kleiner als im realen Fall? Erklärung?



- In einem einfachen Modell des systemischen Blutkreislaufs (von der linken Herzkammer durch den Körper zurück in die rechte Herzkammer) interpretiert man das Herz (die linke Herzkammer) als eine Pumpe. Dann kommt ein Einwegventil (Herzklappe), dann die elastische Aorta, daran schliessen sich die Körper-Blutgefässe an. Man kann das ganze als Windkessel-Anlage verstehen.

- Stellen Sie das Windkessel-Modell als elektrische Schaltung dar. (Mit kurzer Erklärung.)
- Unterteilen Sie die Aorta in mehrere Abschnitte. Wie sieht nun das elektrische Analogon Ihres Modelles aus?
- Das Modell erlaubt nicht, dass Blut in der Aorta rückwärts fliesst. Messungen zeigen aber, dass das Blut in der Aorta für einen Teil der Dauer eines Herzschlags rückwärts fliesst. Wie muss man das in der Figur angedeutete systemdynamische Modell abändern, damit diesem Umstand Rechnung getragen wird? Zeigen Sie Ihre Lösung z.B. anhand des mittleren Stromes (IV Ao 1). Skizzieren Sie auf einem Blatt den dazugehörigen Teil des Modell-Diagramms. Kurze Erklärung.

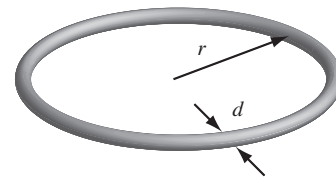
Das Diagramm ist vergrössert auf einem Beiblatt gegeben.



- Entwerfen Sie die Unruh einer Uhr und die Feder, mit der die Uhr aufgezogen wird. Die Feder für die Unruh selber ist vorgegeben (kann nicht mehr verändert werden; Federkonstante:  $1.78 \cdot 10^{-7} \text{ N}\cdot\text{m}$ ).

- Die Schwingungsperiode der Unruh soll genau eine Sekunde betragen. Den Unruhreif können Sie als Torus betrach-

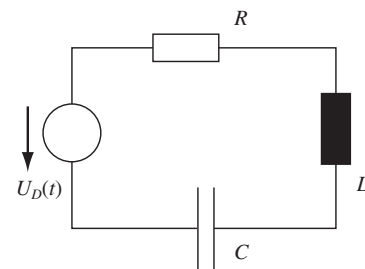
ten. Den Einfluss der Speichen sollen Sie vernachlässigen. Der Reif soll aus einem Metall mit einer Dichte von  $7300 \text{ kg/m}^3$  gefertigt werden. Wenn die Dicke des Reifs (Durchmesser des Toruskörpers)  $1.0 \text{ mm}$  betragen soll, wie gross muss man dann den Radius der Unruh machen?



- b. Es zeigt sich, dass die Amplitude der Unruh (die normalerweise etwa  $50^\circ$  beträgt) ohne Antrieb in 10 Perioden um 20% abnehmen würde. Wieviel Energie muss die Antriebsfeder aufnehmen, damit man die Uhr nur einmal im Tag aufziehen muss?

7. Ein grosses thermisches Kraftwerk (wie das Atomkraftwerk Leibstadt) nimmt die Entropie vom Reaktor bei  $600 \text{ K}$  auf und gibt sie bei  $300 \text{ K}$  an den Kühler ab. Die Nutzleistung beträgt  $1.0 \text{ GW}$ .
- Skizzieren Sie ein Prozessdiagramm (mit Träger- und Energieströmen) für die Anlage (ein System vom Reaktor zum Kühler).
  - Wenn die Wärmekraftmaschine ideal operieren könnte, wie gross wäre dann der Entropiestrom durch die Maschine?
  - Der thermische Wirkungsgrad des Kraftwerks beträgt nur 30%. Wie gross sind also der Entropiestrom und der Energiestrom vom Reaktor an die Wärmekraftmaschine?
  - Wie gross ist die Entropieproduktionsrate in der Wärmekraftmaschine? (D.h. zwischen Reaktor und Kühler?)
  - Wie gross ist die gesamte Entropieproduktionsrate? (D.h. inklusive Reaktor?)

8. Sie sollen das systemdynamische Modell des Stromkreises in der Figur in mathematischer Form konstruieren. Die Spannungsquelle hat eine sinusförmig mit der Zeit variierende Spannung:  $U_D(t) = U_{D0} \sin(2\pi ft)$ .



- Formulieren Sie das zweite Kirchhoffsche Gesetz (Maschensatz) für den Stromkreis (führen Sie dazu die nötigen Spannungen ein).
- Formulieren Sie die konstitutiven (speziellen) Gesetze für die drei Bauteile (Kondensator, ideale Spule und Widerstandselement), und setzen Sie die Ausdrücke in den Maschensatz ein.
- Formulieren Sie die Ladungsbilanzgleichung für den Kondensator.
- Kombinieren Sie die Differentialgleichungen aus b und c für den Fall ohne Spannungsquelle und Widerstand zu einer Differentialgleichung. Wie berechnen Sie die Schwingungsfrequenz?
- Was passiert, wenn man beim realen Stromkreis bei der Spannungsquelle gerade diese Frequenz einstellt?

## 1. VORDIPLOMPRÜFUNG 2004

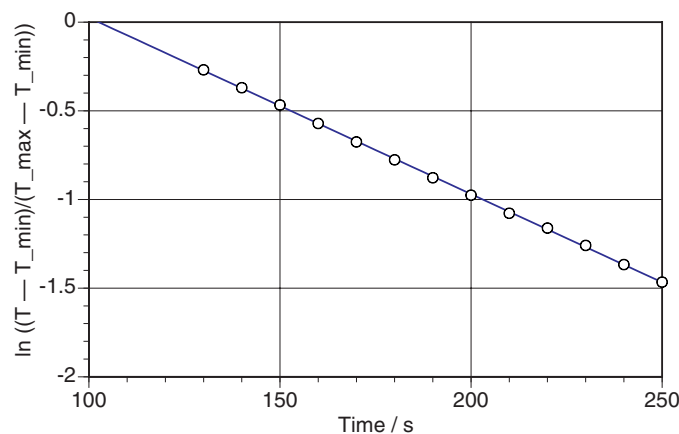
|          |      |            |              |
|----------|------|------------|--------------|
| Blatt 1  |      | Abteilung: | MB           |
|          |      | Jahr:      | 2004         |
|          |      | Experten:  |              |
| Klassen: | MB1a | Datum:     | 8.9.2004     |
| Lehrer:  | Fuh  | Zeit:      | 8:00 – 11:00 |

### LÖSUNGEN ZUR SCHRIFTLICHE PRÜFUNG IN PHYSIK

**ERLAUBTE HILFSMITTEL:** Eigene Zusammenfassung und Bücher, Taschenrechner

#### 1. Thermometer response

- a. The time constant corresponds to the time it takes for the temperature to rise to 64% of the initial temperature difference. This difference is  $49^\circ\text{C} - 25.5^\circ\text{C} = 23.5\text{ K}$ . 64% of this is 15 K. Therefore, after one time constant, a temperature of  $25.5^\circ\text{C} + 15^\circ\text{C} = 40.5^\circ\text{C}$  should be reached. We can simply count the points in the second figure. After about 10 data points, the temperature is a little above  $40^\circ\text{C}$ . Therefore, the estimate of the time constant for the thermometer in water is 5.0 s.
- b.



We prepare a graph for the decreasing temperature with a logarithmic scale for the temperature. From the slope we obtain the time constant of the thermometer in air:  $\tau = 100\text{ s}$ .

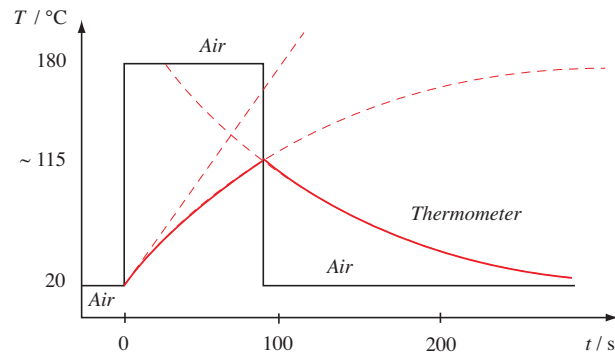
- c. If we take as the dynamical model of the thermometer a well conducting body having a certain entropy resistance from its surface to the environment, and having a certain entropy capacitance, then the time

#### Verteiler

Spätestens bis Prüfungsbeginn: je ein Exemplar pro Abteilung z.H. Archiv

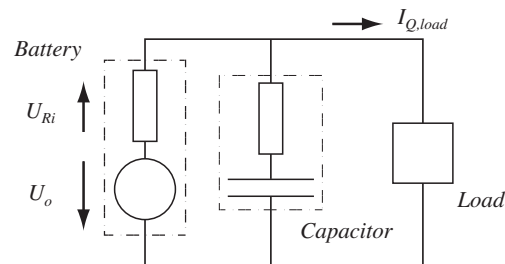
constant of the system must be  $\tau = R_S \cdot K_S$ . Since  $K_S$  is the same for both phases of the process, the entropy resistance from water to thermometer must be  $100/5.0 = 20$  times smaller than that for air to thermometer. Therefore, the conductance must be 20 times larger. This applies to the energy conductance as well, or to the energy transfer coefficient. Therefore,  $h_{\text{water\_thermometer}} = 20 \cdot 14 \text{ W}/(\text{K} \cdot \text{m}^2) = 280 \text{ W}/(\text{K} \cdot \text{m}^2)$ .

- d. For the dynamics of the thermometer, the behavior in air is required. The thermometer reacts to a sudden temperature change with a time constant of 100 s. Therefore:



## 2. Battery and supercapacitor

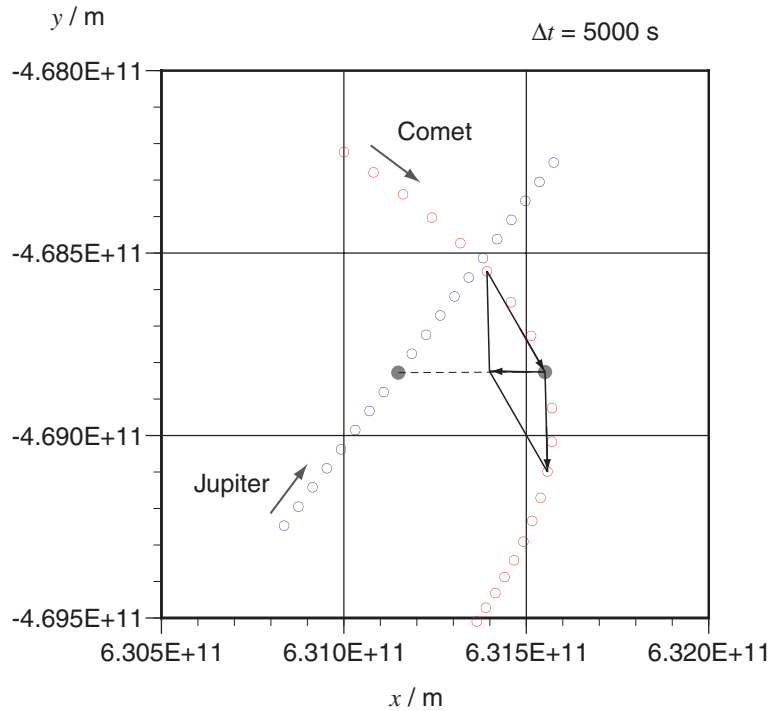
- a. Circuit diagram of system:



- b. A simple model of a battery is that of an ideal “electromotive force” (voltage set up from chemical reactions,  $U_o$ ) with an internal resistor in series. With high electric currents, there is a large voltage drop (1.5 V for 1.5 A) at the terminals of the battery. This is the result of dissipation in the internal resistor. From the viewpoint of energy, if a current of 1.5 A flows through this battery, half of the energy released is dissipated.
- c. The main difference of the capacitor as compared to the battery is that it allows for high currents without much dissipation. Disadvantage: small energy storage, i.e., the capacitor is discharged relatively quickly, so it needs to be recharged again and again (by the battery). Its voltage drops fast. Therefore, its capacitance needs to be large enough to supply an electric current large enough for long enough to operate the motor, if the capacitor is to support the battery noticeably.
- d. Without capacitor, whenever the motor is engaged, a large fraction of the energy released by the battery is dissipated. If the capacitor is present and charged, it can supply a high current without dissipation. If there is enough time to recharge the capacitor slowly (low current for the battery, i.e., low dissipation), energy of the battery is supplied to the capacitor without much dissipation. Overall, the energy of the battery lasts longer (for more processes).

### 3. Comet and Jupiter

- The distance of Jupiter and the comet for the indicated moment is  $4.05 \cdot 10^8$  m (as measured in the graph; physical distances are shown with the numbers on the axes).
- We choose a number of time steps (here: 3) to construct the position differences from which we obtain the (average) velocities for the chosen time spans. The difference of two consecutive velocity vectors is equal to the vector of the change of velocity.



$$|\Delta v| = 1.53 \cdot 10^8 \text{ m} / (3 \cdot 5000) \text{ s} = 10,160 \text{ m/s.}$$

$$|a| = 10,160 \text{ m/s} / (3 \cdot 5000) \text{ s} = 0.678 \text{ m/s}^2$$

The direction is almost perfectly in the direction of Jupiter's center.

- The only force acting on the comet is the gravitational pull of Jupiter (the Sun is too far away, even though its mass is 1000 times that of Jupiter). Therefore we have

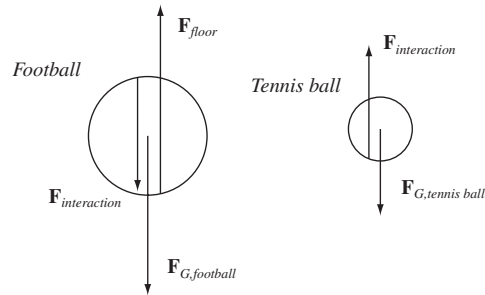
$$F_G = G \frac{m_J m_C}{r^2}$$

$$m_J = \frac{a_C r^2}{G} = \frac{0.678 (4.05 \cdot 10^8)^2}{6.67 \cdot 10^{-11}} \text{ kg} = 1.67 \cdot 10^{27} \text{ kg}$$

The error in the determination of Jupiter's mass is about 12% (which is acceptable for the graphical method employed here; the influence of the Sun would lead to a much smaller change, therefore it can be neglected).

#### 4. Balls

a.



b. Speeds measured in the diagram. Momentum calculated from  $p = mv$ :

**Table 1: Velocity and momentum**

|        | Football, $m = 0.442 \text{ kg}$ |                                | Tennis ball, $m = 0.056 \text{ kg}$ |                                |
|--------|----------------------------------|--------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------|
|        | $v / \text{m/s}$                 | $p / \text{kg}\cdot\text{m/s}$ | $v / \text{m/s}$                    | $p / \text{kg}\cdot\text{m/s}$ |
| before | 5.5                              | 2.4                            | 5.5                                 | 0.31                           |
| after  | - 3.3                            | - 1.5                          | - 8.0                               | - 0.45                         |
| change |                                  | - 3.9                          |                                     | - 0.76                         |

c. The total change of momentum of the system (of two balls) during the collision is about  $- 4.75 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$ . This much momentum must have been transferred to the floor. (We should actually take into consideration the flow of momentum between balls and gravitational field during the collision. This quantity turns out to be about  $0.02 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$  for a duration of  $4 \text{ ms}$ . It is too small to make a difference.) The average force of collision therefore is about  $4.75/0.0040 \text{ N} = 1200 \text{ N}$ .

d. Energy

**Table 2: Energy**

|        | Football, $m = 0.442 \text{ kg}$ |                             | Tennis ball, $m = 0.056 \text{ kg}$ |                             |
|--------|----------------------------------|-----------------------------|-------------------------------------|-----------------------------|
|        | $v / \text{m/s}$                 | $W_{\text{kin}} / \text{J}$ | $v / \text{m/s}$                    | $W_{\text{kin}} / \text{J}$ |
| before | 5.5                              | 6.7                         | 5.5                                 | 0.85                        |
| after  | - 3.3                            | 2.4                         | - 8.0                               | 1.8                         |
| change |                                  | - 4.3                       |                                     | 0.95                        |

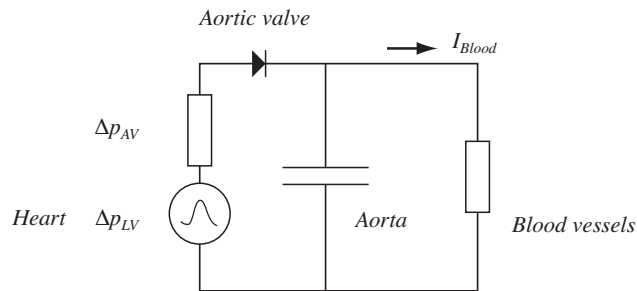
The total change of the kinetic energy of the balls is  $- 3.35 \text{ J}$ . This much must have been dissipated (close to one half of the energy before the collision).

e. Without dissipation, we expect the balls to rebound higher. That means that the collision must be stronger, more momentum must be exchanged.

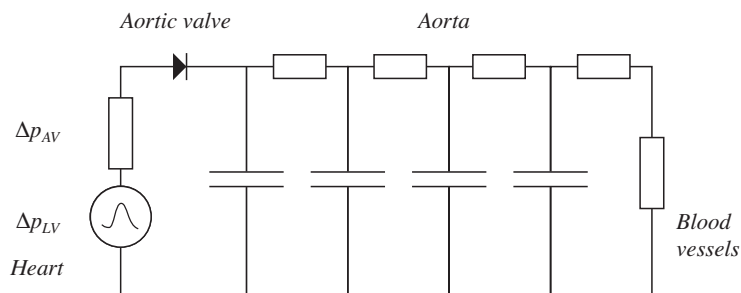


5. Systemic circuit.

a. Windkessel model as an electric circuit:

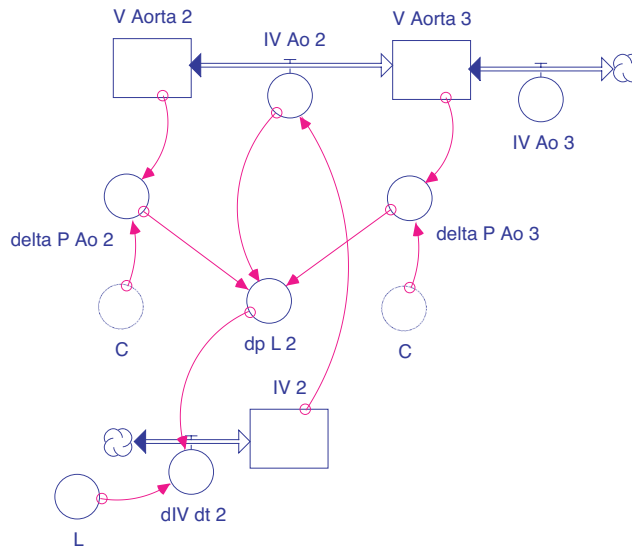


b. Several elements of the aorta:



Obviously, we need  $n, p, T$ , and the rates of change of  $p$  and  $T$ .

c.



We need to give each element of the aorta an inductive property (in addition to capacitive and resistive properties). Only then can a current change its direction in our model. The rate of change of the current is given by the (hydraulic) law of induction. This quantity is integrated to yield the flow. The flow is used to calculate the resistive pressure drop which is used (together with the capacitive pressure difference) to calculate the inductive pressure difference.

## 6. Clock balance wheel

- a. The (desired) period of oscillation of the clock balance wheel is determined by the spring constant and by the moment of inertia of the wheel:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{D}}$$

If we only look at the thin ring, its moment of inertia is given by

$$J = mr^2$$

The mass is determined by the density and the volume:

$$m = \rho V = \rho\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 2\pi r$$

These equations can be solved for the radius of the wheel:

$$r = \frac{2m}{\rho\pi^2 d^2} = \frac{2}{\rho\pi^2 d^2} \frac{J}{r^2} = \frac{2}{\rho\pi^2 d^2} \frac{1}{r^2} \frac{T^2 D}{4\pi^2}$$
$$r^3 = \frac{2}{\rho\pi^2 d^2} \frac{T^2 D}{4\pi^2}, \quad r = 0.0050\text{m}$$

- b. The energy stored in the spring is calculated according to

$$W = \frac{1}{2} D\varphi^2$$

In 10 s, the maximum torsion angle of the spring of the clock balance wheel (the amplitude of oscillation) decreases from  $50^\circ$  to  $40^\circ$ . Therefore, the rate of dissipation of energy is roughly equal to

$$P_{diss} = \frac{\frac{1}{2} D(\varphi_1^2 - \varphi_2^2)}{10T} = 2.44 \cdot 10^{-9} \text{W}$$

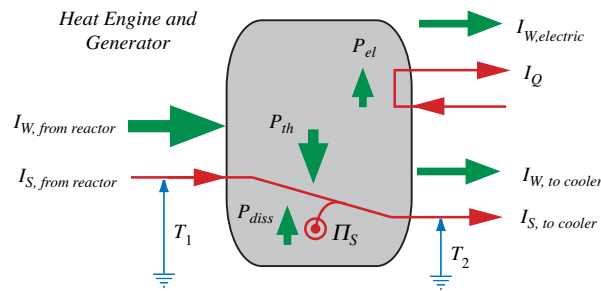
In a full day, a quantity of

$$W_{spring} = 24 \cdot 3600 \cdot P_{diss} = 2.11 \cdot 10^{-4} \text{J}$$

energy must be replaced. This is how much should be stored in the driving spring of the clock mechanism.

## 7. Thermal power plant

- a. The power plant works as follows. Entropy and energy flow into the engine from the reactor at the high temperature of 600 K. The entropy drops to 300 K and is emitted with less energy to the cooler. The energy released is used for driving the generator if the plant works ideally. In the real case, part of the energy released is dissipated (produces more entropy). The rest drives the generator.



- b. In the ideal case the electric power is equal to the thermal power:

$$P_{th} = P_{el}$$

$$(T_1 - T_2)I_S = P_{el} \Rightarrow I_S = \frac{P_{el}}{T_1 - T_2} = \frac{1.0 \cdot 10^9 \text{ W}}{300 \text{ K}} = 3.33 \cdot 10^6 \frac{\text{W}}{\text{K}}$$

- c.

$$\eta = 0.30 \Rightarrow I_{W,from reactor} = \frac{P_{el}}{\eta} = 3.33 \cdot 10^9 \text{ W}$$

$$I_{W,from reactor} = T_1 I_{S,from reactor} \Rightarrow I_{S,from reactor} = \frac{I_{W,from reactor}}{T_1} = \frac{3.33 \cdot 10^9 \text{ W}}{600 \text{ K}} = 5.56 \cdot 10^6 \frac{\text{W}}{\text{K}}$$

- d.

$$\Pi_S = I_{S,to cooler} - I_{S,from reactor}$$

$$I_{S,to cooler} = \frac{I_{W,to cooler}}{T_2} = \frac{I_{W,from reactor} - P_{el}}{T_2}$$

$$\Pi_S = \frac{I_{W,from reactor} - P_{el}}{T_2} - I_{S,from reactor} = \frac{3.33 \cdot 10^9 - 1.0 \cdot 10^9 \text{ W}}{300 \text{ K}} - 5.56 \cdot 10^6 \frac{\text{W}}{\text{K}} = 2.22 \cdot 10^6 \frac{\text{W}}{\text{K}}$$

- e. The total entropy production rate is obtained directly from the entropy flowing into the cooler (it must be equal to this quantity):

$$\Pi_{S,total} = I_{S,to cooler} = \frac{I_{W,from reactor} - P_{el}}{T_2} = \frac{3.33 \cdot 10^9 - 1.0 \cdot 10^9 \text{ W}}{300 \text{ K}} = 7.78 \cdot 10^6 \frac{\text{W}}{\text{K}}$$

## 8. Electric circuit model.

- a. There is a voltage associated with each element. Therefore:

$$U_D + U_R + U_L + U_C = 0$$

- b.

$$U_R = RI_Q, \quad U_L = L \frac{dI_Q}{dt}, \quad U_C = \frac{1}{C}Q$$

$$U_D + RI_Q + L \frac{dI_Q}{dt} + \frac{1}{C}Q = 0 \quad \text{or} \quad L \frac{dI_Q}{dt} = -U_D - RI_Q - \frac{1}{C}Q$$

- c. There is a single current with respect to the capacitor. Therefore:

$$\frac{dQ}{dt} = I_Q$$

- d. The differential equations for the case  $R = 0$ ,  $U_D = 0$  are

$$L \frac{dI_Q}{dt} = -\frac{1}{C} Q \quad , \quad \frac{dQ}{dt} = I_Q$$

Combining the two leads to

$$\frac{d^2 Q}{dt^2} + \frac{1}{LC} Q = 0$$

Therefore, for the undamped, not driven circuit, the angular frequency is equal to

$$\Omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

- e. This is the eigenfrequency. If the circuit is driven with this frequency, the amplitude of the steady oscillation is maximal: the circuit is in resonance.